Numerikus módszerek II – parciális differenciálegyenletek

tételsor – 2018/19. 2. félév

1. **A Poisson-egyenlet megoldása.** A numerikus séma konstrukciója téglalapon. A megoldandó egyenletrendszer szerkezete. A konvergencia, konzisztencia és stabilitás fogalma. A konvergencia igazolása téglalaptartomány és Dirichlet-peremfeltétel esetére. A Robin-peremfeltétel kezelése az oldaléleken ill. a csúcsokban téglalaptartomány esetén. Nemtégla tartományok kezelése a Shorly–Weller-approximációval.
2. **A többrácsos módszer.** Milyen lehetőségek vannak a Poisson-egyenlet diszkretizációjából keletkező egyenletrendszerek megoldására? A kétrácsos módszer alapötlete (restrikció, prolongáció, durva rács korrekció). A többrácsos módszer (V ill. W ciklusok).
3. **Lax-tétel időben elsőrendű lineáris feladatokra.** A sémák általános alakja. Konvergencia, konzisztencia, (exponenciális) stabilitás. Lax ekvivalencia tétele, ill. a Lax-tétel. A maximum- és $\|.\|_{2,\Delta x}$ normák. Példák: 1D hővezetési egyenletre vonatkozó EE, IE és CN-sémák konvergenciája (a sémák ismertetése, és a konvergencia szükséges és elégséges feltételeinek megadása).
4. **Stabilitásvizsgálati módszerek.** Stabilitás maximum és $\|.\|_{2,\Delta x}$ normákban. Diszkrét Fourier-transzformáció és tulajdonságai. A növekedési faktor. von Neumann-feltétel, mint a stabilitás szükséges és elégséges felétele kezdetiértékfeladatok esetén. A stabilitás szükséges és elégséges feltételei kezdeti- és peremértékfeladatok esetén. Implicit módszerek, ill. kétlépéses módszerek stabilitása.
5. **Elsőrendű hiperbolikus egyenletek megoldása.** CFL-feltétel, mint a konvergencia szükséges feltétele. Nevezetes sémák az advekciós egyenletre (upwind, Lax-Friedrichs, Lax-Wendroff), a sémák származtatása, stabilitási feltételük. Pl. valamelyik implicit sémára, a Shermann-Morrison-formula alkalmazása. Leap-frog-séma, stabilitása és inicializációja. Disszipáció és diszperzió.
6. **Másodrendű hullámegyenlet megoldása.** A másodrendű egydimenziós hullámegyenlet megoldása, k-adrendű stabilitás. A kétdimenziós hullámegyenlet megoldása. A módszerek inicializálása. A kétdimenziós hővezetési egyenlet megoldása az ADI-módszer segítségével.
7. **A végeselem módszer alapjai I.** Lax-Milgram-tétel, Galjorkin- és Ritz-módszerek, Galjorkin-ortogonalitás, Céa-lemma.
8. **A végeselem módszer alapjai II.** A végeselem módszer bemutatása az egydimenziós peremértékfeladaton, hibabecslés H^1 és L_2-normában.
9. **A végeselem módszer a Poisson-egyenletre.** A gyenge egyenlet felírása a különböző feladattípusok esetén. A végeselem módszer konstrukciója a numerikus megoldás előállítására. Hibabecslések.