

Operátorelmélet

M.Sc. záróvizsga tételek

2015

1. A funkcionálanalízis alaptételei: Baire-féle kategóriatétel, Az egyenletes korlátosság tétele, Banach-Steinhaus tétel, Banach-Alaoglu tétel, A nyílt leképezések tétele, Homeomorfizmus tétel, A zárt gráf tétel. A Hahn-Banach tétel különböző alakja.
2. Kompakt operátorok, Atkinson tétel, Riesz-Schauder tétel, Hilbert-Schmidt tétel, operátoregyenletek megoldása Hilbert-Schmidt sorfejtéssel. Neumann-Schatten féle p -osztályú operátorok, Schatten norma, Hölder egyenlőtlenség. Fredholm operátorok.
3. Banach-algebrák alapjai. Spektrum Banach-algebrában, spektrálsugár, Jacobson lemma, Gelfand-Mazur tétel. Riesz-féle holomorf függvénykalkulus, spektrálleképezés tétele. Gelfand transzformáció, ideálok Banach-algebrában, Jacobson radikál. Banach algebrák reprezentációi.
4. C^* -algebrák alapjai. Unitér, önadjungált és normális elemek. Az első Gelfand-Naimark tétel, folytonos függvényszámítás C^* -algebra normális elemeire. Pozitív elemek C^* -algebrában. Pozitív operátor értékű mértékek, spektráltétel korlátos normális operátorokra.
5. Nemkorlátos operátorok: spektrum és adjungált értelmezése nemkorlátos operátorokra, hermitikus, szimmetrikus és önadjungált operátorok. Hellinger-Toeplitz tétel, Cayley transzformáció, deficit indexek és defekt alterek. Szimmetrikus operátorok önadjungált kiterjesztései.