2021/2022 tavasz Bevezetés a Riemann-geometriába és a Morse-elméletbe tételsor

1. Topologikus terek fölötti vektortér-nyalábok konstrukciója ragasztó függvényekkel; az 1 rangú vektortér-nyalábok (vonalnyalábok) izomorofizmus-osztályainak modulustere.

2. Vektortér-nyalábon értelmezett kovariáns deriválás konstrukciója: a probléma fölvázolása, definíció, tulajdonságok, példák; vektortér-nyaláb kovariáns deriválásainak modulustere, egy természetes ekvivalencia-reláció rajta (gauge transzformáció).

3. Párhuzamos eltolás vektortér-nyalábokon, autoparallel görbék sokaságokon, a párhuzamos eltolás sorbafejtése és a görbületi tenzor.

4. Az általános görbületi tenzor invariáns leírása, szimmetriái.

5. A Riemann-sokaság definíciója, a Levi–Civitá kovariáns deriválás (létezés és egyértelműség), a Riemann görbületi tenzor szimmetriái.

6. Egy 4 dimenziós irányított Riemann-sokaság görbületi tenzorának globális dekompozíciója irreducibilis összetevőkre: skalárgörbület, nyomtalan Ricci-tenzor, a két Weyl-tenzor; a vákuum Einstein-egyenlet felírása, a kozmológiai konstans; összehasonlítás más dimenziós dekompozíciókkal, ill. a Lorentz-szignatúra esetével.

7. A komplex vonalnyalábokra vonatkozó Chern–Weil-elmélet alaptételének kimondása és bizonyítása (kapcsolat a Bohr–Sommerfeld-kvantálással, a geometriai kvantálási program).

8. A Morse-elmélet alapfeladata (példákkal); egy sokaságon értelmezett Morse-függvény, kritikus pont, kritikus érték definíciói; a Morse-lemma kimondása és bizonyítása.

9. A Morse-elmélet két alaptételének kimondása és ezek közül az első (a könnyebbik) bizonyítása.

10. A pontosan két kritikus ponttal rendelkező kompakt sokaságokra vonatkozó Reeb-tétel kimondása és bizonyítása.

Etesi Gábor