

Differenciálegyenletek 2

(BME TE93AM18)

záróvizsga-tematika

Készítette: Dr. Kovács Sándor, 2018. március 13.

Polinomok stabilitása. Descartes-féle előjelszabály. A Hurwitz-stabilis polinom fogalma. A Stodola-tétel. A másodfokú és harmadfokú stabilis polinom együtthatói. A Routh-Hurwitz-kritérium. A Liénard-Chipart-kritérium. Az Hermite-Mikhailov-kritérium. Stabilitástérképek. A Schur-stabilis polinom fogalma. A Kakeya-tétel. Interpoláció (Lagrange-, ill. Hermite-féle). Kvázipolinomok stabilitása (Mikhajlov-kritérium, integrálkritérium).

Elemi ismeretek I. Möbius-transzformáció. Mártixértékű függvények analízise. Karakterisztikus polinom, minimálpolinom meghatározása. A Cayley-Hamilton-tétel. A stabilis és hiperbolikus mátrix fogalma. Magtér, képtér, defektus, rang, sajátaltér, geometriai és algebrai multiplicitás. A baloldali és a jobboldali sajátvektor fogalma, általánosított sajátvektorok. A stabilis, centrális és a labilis altér fogalma. Hasonló mátrixok. Jordan-féle normálalak. A determináns deriválása.

Elemi ismeretek II. A Rouchet-tétel. A Gronwall-lemma, az Hadamard-lemma. Az implicit függvényre vonatkozó tétel. A (súlyozott) norma. Mátrix- és vektornormák. A Banach-tér fogalma. Kontrakció, Banach-féle fixponttétel. A Brouwer-féle fixponttétel. A Perron-tétel. A kezdetiérték-feladatok megoldásának egzisztenciájára és unicitására vonatkozó alapvető tételek. A szukcesszív approximáció. Elemi megoldási módszerek (szeparábilis és lineáris differenciálegyenlet megoldása).

Lineáris rendszerek. A megoldáshalmaz szerkezete. Az alapmátrix és az alaprendszer fogalma. A Cauchy-mátrix fogalma. A Duhamel-formula. Az Abel-Jacobi-Liouville-formula. A mátrix-exponenciális fogalma, tulajdonságai és kiszámítása. A megoldások aszimptotikája.

Autonóm rendszerek. Az állandó megoldások jellemzése. A megoldások eltolásinvarianciája. A csoporttulajdonság. A karakterisztikus függvény tulajdonságai. Trajektóriák típusai. Fáziskép, iránymező. Invariáns halmazok, határhalmazok. Hamilton-rendszerek, első integrálok. Polárkoordináták. Egyensúlyi helyzetek osztályozása.

Periodikus rendszerek. Monodrómia-operátor, Floquet-tétel, karakterisztikus kitevő. A Ljapunov-tétel. A Poincaré-Bendixon-tétel. A Bendixon-Dulac-tétel.

Stabilitás. A Ljapunov-féle (aszimptotikus) stabilitás fogalma. Taszítás és vonzás. Exponenciális stabilitás. Lineáris rendszerek stabilitása. Az első közelítésben való stabilitás. A Hartman-tétel. A Ljapunov-függvény fogalma. Ljapunov tételei a stabilitásról. Gradiens-rendszerek. A La-Salle-féle invariancia elv. A Barbashin-Kraszovszkij-tétel. A Csetajev-Kraszovszkij-tétel. Pálymenti stabilitás. Az Andronov-Witt-tétel.

Bifurkációk. Strukturális stabilitás. Nyereg-csomó-, vasvilla-, transzritikus, és Andronov-Hopf-bifurkáció. Diszkrét dinamikai rendszerek. Fixpontok bifurkációi.