Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba

Gyakorló feladatok

---

1. Tekintsük a következő Bernoulli-féle hasznossági függvényt

$$u(x, y) = 3x^{0,3}y^{0,7}.$$

   a) Adja meg a Walras-i keresleti függvényt!
   b) Adja meg az indirekt hasznossági függvényt!
   c) Adja meg a kiadási függvényt!
   d) Adja meg a Hicks-i keresleti függvényt!

2. Mondja ki és bizonyítsa be a Roy-azonosságot!

3. Tegyük fel, hogy $d = 2$ (kétféle jószág van), mutassa meg, hogy a gyenge és az erős axiómák ekvivalensek!

4. Tekintsük a $(\mathcal{B}, C)$ választási struktúrát, és tegyük fel, hogy egy $\succsim$ preferencia alátámasztja $(\mathcal{B}, C)$-t. Mutassa meg, hogy tetszőleges $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$-re, hogy $B_1 \cup B_2 \in \mathcal{B}$ és $C(B_1) \cup C(B_2) \in \mathcal{B}$ igaz, hogy $C(B_1 \cup B_2) = C(C(B_1) \cup C(B_2))$ (út invariancia tulajdnoság)!

5. Bizonyítsa be és értelmezze, hogy

$$\langle pD_p x(p, w), p\rangle = -w$$

6. Bizonyítsa a következő állítást:

   Tegyük fel, hogy az u Bernoulli-féle hasznossági függvény folytonos, u reprezentálja a $\succsim$ preferenciát, ahol $\succsim$ lokálisan kielégíthetetlen. Ekkor

   - ha x^* megoldása a hasznosság maximalizálási feladatnak, akkor x^* megoldása annak a kiadás minimalizálási feladatnak, ahol $\bar{u} = u(x^*)$. Továbbá, ha x' megoldása a kiadás minimalizálási feladatnak, akkor $w = \langle p, x'\rangle$,
   - ha x^* megoldása a kiadás minimalizálási feladatnak, akkor x^* megoldása annak a hasznosság maximalizálási feladatnak, ahol $w = \langle p, x^*\rangle$, és $u(x^*) = \bar{u}$.

7. Tekintsük a következő Bernoulli-féle hasznossági függvényt

$$u(x, y) = 2x^{0,4}y^{0,6}.$$

   a) Adja meg a Walras-i keresleti függvényt!
   b) Adja meg az indirekt hasznossági függvényt!
   c) Adja meg a kiadási függvényt!
   d) Adja meg a Hicks-i keresleti függvényt!

8. Mikor támaszt alá egy bináris reláció egy C döntési szabályt? Definiálja a fogalmat!
9. Mutassa meg, hogy ha X véges, akkor tetszőleges $\succsim$ preferencia által generált C döntési szabályra igaz, hogy $C(B) \neq \emptyset$, ha $B \neq \emptyset$!
10. Definálja a Giffen-jószág fogalmát!
11. Bizonyítsa be, hogy minden Giffen-jószág inferior jószág, de nem minden inferior jószág Giffen-jószág!
12. Bizonyítsa a következő állítást:

    Tegyük fel, hogy u Bernoulli-féle hasznossági függvény folytonos, u reprezentálja a $\succsim$ preferenciát, ahol $\succsim$ lokálisan kielégíthetetlen. Ekkor $e(p, u)$

    - első fokon pozitív homogén p-ben,
    - szigorúan növekedő u-ban, és nem csökkenő p_l-ben, $l = 1, \dots, d$,
    - konkáv p-ben,
    - folytonos p-ben és u-ban.
13. Definiálja a leíró (viselkedési) értelemben vett reprezentatív fogyasztó fogalmát!
14. Bizonyítsa a következő állítást:

    Ha az Y teremlési halmaz zát és konvex, és $\mathbb{R}^L_- \subseteq Y$, akkor Y teljesíti a díjmentes lomtalanítás tulajdonságot.
15. Mutassa meg, hogy a π profitfüggvény konvex!
16. Mutassa meg, hogy a c költségfüggvény konkáv w-ben!
17. Definiálja a hatékony termelés vektor fogalmát!
18. Bizonyítsa a következő állítást:

    Tegyük fel, hogy Y konvex. Ekkor tetszőleges $y \in Y$ hatékony termelési vektor profitmaximalizáló valamilyen $p \geq 0$ árvektor mellett.
19. Definiálja a kínálati leképezés fogalmát!
20. Bizonyítsa a következő állítást:

    Ha a $x_i(p, w_i)$, $i \in I$, Walras-i keresleti függvények teljesítik a kereslet nemkompenzált törvényét, akkor az aggregált kereslet $x(p, w) = \sum_{i \in I} x_i(p, w_i)$ is kielégíti a kereslet nemkompenzált törvényét, tehát kielégíti a gyenge axiómát.
21. Definiálja a normatív reprezentatív fogyasztó fogalmát!
22. Bizonyítsa a következő állítást:

    Ha $y \in Y$ profit maximalizáló termelési vector valamilyen $p > 0$ árvektor mellett, akkor hatékony!
23. Definiálja az irreverzibilis termelési halmaz fogalmát!

24. Bizonyítsa a következő állítást:

    Egy Y termelési halmaz pontosan akkor additív és teljesíti a csökkenő hozadék tulajdonságot, ha konvex kúp.

Megoldások:

- Mas-Colell et al (1995)
- Hara et al (1997)

Hivatkozások

Hara C, Segal I, Tadelis S (1997) Solutions Manual for Microeconomic Theory by Mas-Colell, Whinston and Green. Oxford University Press

Mas-Colell A, Whinston MD, Green JR (1995) Microeconomic Theory. , Oxford University Press, Oxford