

## Gyakorló feladatsor vizsgára készüléshöz határozatlan integrálokból

### 1. Alapintegrálok

$$a) \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4 \ln|x| + c$$

$$b) x^4 + \frac{7}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + c$$

$$c) \frac{3}{8}x^{8/3} + \frac{3}{5}x^{5/3} - \frac{3}{2}x^{2/3} + c$$

$$d) \sin x + 5 \cos x + \frac{10^x}{\ln 10} + c$$

$$e) 8 \frac{2^x}{\ln 2} + 3 \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^x}{\ln \frac{4}{3}} + c$$

$$f) 1000 \frac{100^x}{\ln 100} + c$$

$$g) 5 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \arcsin x + c$$

$$h) x - \frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{x^2}{2} - \frac{2}{5}x^{5/2} + c$$

2. Ha  $\int f(x) dx = F(x) + c$  akkor  $\int f(ax+b) dx = \frac{F(ax+b)}{a} + c$

$$a) \frac{1}{3} \sin(3x) + c$$

$$b) -\frac{1}{4} \cos(4x) + c$$

$$c) \frac{e^{5x}}{5} - e^{3-x} + c$$

$$d) 2 \frac{\ln(3+4x)}{4} + c$$

$$e) \frac{1}{57} (27 + 3x)^{19} + c$$

$$f) -\frac{1}{3} (9 - 2x)^{3/2} + c$$

$$g) \frac{2}{(4-2x)^2} + c$$

$$h) \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(2x) + c$$

$$i) \operatorname{arctg}(1+x) + c$$

$$j) \frac{5}{2} \operatorname{arctg}(1+2x) + c$$

$$k) 2 \arcsin(3x) + c$$

$$l) \operatorname{arch}(x+1) + c$$

3.  $\int^\mu(x) f'(x) dx = \frac{f(x)^{\mu+1}}{\mu+1}$  ha  $\mu \neq 1$

$$a) \frac{\sin^4 x}{4} + c$$

$$b) -\frac{1}{12} \cos^6(2x) + c$$

$$c) \frac{1}{\cos x} + c$$

$$d) \frac{1}{3} \frac{(5+x^3)^7}{7} + c$$

$$e) -\frac{1}{20} (1-x^2)^{10} + c$$

$$f) \sqrt{1+x^2} + c$$

$$g) -\frac{3}{16} (10-2x^4)^{2/3} + c$$

$$h) \sqrt{1+4x^2} - \frac{5}{2} \operatorname{arsh}(2x) + c$$

$$i) \frac{\ln^8 x}{8} + c$$

$$j) \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{2} + c$$

$$k) -\sqrt{1-x^2} - \frac{\arcsin^2 x}{2} + c$$

4.  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

$$a) \ln|\sin x| + c$$

$$b) \frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c$$

$$c) \frac{1}{2} \ln|1+4x^3| + c$$

$$d) \frac{5}{2} \operatorname{arctg}(2x) + \frac{1}{2} \ln|1+4x^2| + c$$

$$e) -\ln|\cos x| + c$$

$$f) \frac{1}{3} \ln|e^{3x} - 1| + c$$

$$g) \ln|\ln x| + c$$

$$h) \ln|\operatorname{arctg} x| + c$$

$$i) \ln|\arcsin x| + c$$

5. Parciális integrálás:  $\int uv' = uv - \int u'v dx$

- |  |  |
|--|--|
| a) $x \sin x + \cos x + c$   | f) $-\frac{x^6}{36} + \frac{1}{6}x^6 \ln x + c$                  |
| b) $-(3x + 2) \cos x + 3 \sin x + c$   | g) $-\frac{1}{9x^3} - \frac{\ln x}{3x^3} + c$                    |
| c) $-(4x + 7)e^{-x} - 4e^{-x} + c$   | h) $x \ln x - x + c$   |
| d) $(x^2 + 5x - 6)\frac{e^{2x}}{2} - (2x + 5)\frac{e^{2x}}{4} + 2\frac{e^{2x}}{8} + c$ | i) $x \operatorname{arctg}(2x) - \frac{1}{4} \ln  1 + 4x^2  + c$ |
| e) $(2x - 1)(e^x + \cos x) - 2(e^x + \sin x) + c$                                      | j) $x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2} + c$                            |

6. Szinusz és koszinusz szorzatai és hatványai

- |   |  |
|---|--|
| a) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin(2x) + c$       | g) $\frac{\sin x}{2} + \frac{1}{10} \sin(5x) + c$                    |
| b) $\frac{x}{2} - \frac{1}{12} \sin(6x) + c$      | h) $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + c$                               |
| c) $\frac{1}{2} \sin^2 x + c$                     | i) $-\frac{1}{4} \cos(4x) + \frac{1}{12} \cos^3(4x) + c$             |
| d) $-\frac{1}{4} \cos^4 x + c$                    | j) $\frac{3}{8}x - \frac{1}{4} \sin(2x) + \frac{1}{32} \sin(4x) + c$ |
| e) $\frac{\sin x}{2} - \frac{1}{10} \sin(5x) + c$ | k) $\frac{x}{8} - \frac{1}{32} \sin(4x) + c$                         |
| f) $\frac{\cos x}{2} - \frac{1}{10} \cos(5x) + c$ |  |

7. Racionális törtfüggvények integrálása

- |  |  |
|--|--|
| a) $\frac{2}{5} \ln  5x - 4  + c$                                    | j) $\frac{2}{1+x} + 4 \ln  x + 1  + c$   |
| b) $3x - 6 \ln  2 + x  + c$  | k) $5 \ln  x - 2  - \frac{13}{x-2} + c$  |
| c) $2x^2 + 10x + 12 \ln  x - 1  + c$                                 | l) $2x^2 - 10x + 19 \ln  x + 1  + \frac{10}{1+x} + c$  |
| d) $7\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x - 14 \ln  1 + x  + c$                | m) $\frac{3}{5} \operatorname{arctg}(5x) + 12 \ln  1 + 25x^2  + c$                               |
| e) $3 \ln  x - 1  + \ln  x + 1  + c$                                 | n) $-8x + 2x^2 + 3 \operatorname{arctg}(2x) + \frac{1}{8} \ln  1 + 4x^2  + c$                    |
| f) $\frac{3}{7} \ln  x - 1  - \frac{3}{7} \ln  x + \frac{4}{3}  + c$ | o) $-7\frac{\operatorname{arctg}(1+2x)}{2} + 3 \ln  4x^2 + 4x + 2  + c$                          |
| g) $3x^2 + 11x + 40 \ln  x - 3  + 3 \ln  x + 1  + c$                 | p) $2 \operatorname{arctg}(\frac{3}{2}x) + \ln  4 + 9x^2  + c$                                   |
| h) $5x + \frac{4}{5} \ln  x - 1  - \frac{69}{5} \ln  x + 4  + c$     | q) $\frac{13}{9} \ln  8 + 12x + 9x^2  - \frac{32}{9} \operatorname{arctg}(\frac{3}{2}x + 1) + c$ |
| i) $-\frac{5}{2(1+2x)} + c$  |  |

8. Helyettesítés

- |   |   |
|---|---|
| a) $2\sqrt{1+x} - 2 \ln  1 + \sqrt{1+x}  + c$   | h) $-\frac{x}{2} + \sqrt{x} + (-1 + x) \ln(1 + \sqrt{x}) + c$ |
| b) $\frac{3}{2}x^{2/3} - 3x^{1/3} + 3 \ln  1 + x^{1/3}  + c$  | i) $\operatorname{arctg}(e^x) + c$                            |
| c) $2\sqrt{x-1} - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x-1} + c$  | j) $x - \ln  1 + e^x  + c$                                    |
| d) $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$  | k) $-3x + 3 \ln  2e^x - 1  + c$                               |
| e) $-\sqrt{2x-1} \cos \sqrt{2x-1} + \sin \sqrt{2x-1} + c$   | l) $\cos e^x + e^x \sin e^x + c$                              |
| f) $(3x-1)^{2/3} \sin \sqrt[3]{3x-1} + 2\sqrt[3]{3x-1} \cos \sqrt[3]{3x-1} - \frac{1}{2} \cos e^x + e^x \sin e^x + c$ | m) $-(1 + e^x) \cos(e^x) + \sin(e^x) + c$                     |
| g) $-\sqrt{x} + (1 + x) \operatorname{arctg} \sqrt{x} + c$  | n) $e^x \ln  1 + e^x  - e^x + \ln  e^x + 1  + c$              |