

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2019. december 17.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (a) (3 pont) Definiálja, az \underline{a} és \underline{b} térvektorok skaláris szorzatát!

(b) (2 pont) Adja meg az $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$ és $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3)$ térvektorok skaláris szorzatának kiszámításának módját!

(c) (2 pont) A skaláris szorzat segítségével adjon szükséges és elégséges feltételt arra, hogy az \underline{a} és \underline{b} térvektorok merőlegesek legyenek!

(d) (3 pont) Legyen \underline{a} és \underline{b} két azonos hosszúságú térvektor. Bizonyítsa be a skaláris szorzatot használva, hogy az \underline{a} és \underline{b} térvektorok által meghatározott rombusz átlói merőlegesek egymásra!
- (a) (4 pont) Definiálja az $f(x)$ függvény x_0 helyen vett deriváltját!

(b) (3 pont) Írja le az $f'(x_0)$ derivált geometriai jelentését!

(c) (3 pont) Határozza meg a definíció alapján az $f(x) = x^2$ függvény $x_0 = 3$ helyen vett deriváltját! (Csak a definíció használatáért jár pont!)
- (3 + 7 pont) Mondja ki és bizonyítsa be a Newton-Leibniz tételt!
- (10 pont) Legyen z_1 és z_2 a $z^2 + 2z + 4 = 0$ egyenlet két komplex gyöke. Határozza meg a $z_1^8 - z_2^8$ komplex szám algebrai alakjait!
- (10 pont) Legyen $f(x) = xe^{-x^2}$. Határozza meg, hogy $f(x)$ hol konvex illetve konkáv!
- (10 pont) Határozza meg, hogy a négyzet alapú, egység térfogatú hasábok közül melyik köré írható a legkisebb sugarú gömb! (A szélsőérték jellegét ellenőrizni kell!)
- (10 pont) Határozza meg az $\int 6x \cdot \arctg \sqrt{x - \frac{1}{2}} dx$ integrált! Segítség: használjon $t = \sqrt{x - \frac{1}{2}}$ helyettesítést!
- (10 pont) Forgassuk meg az $f(x) = 1 + \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$ görbét az x tengely körül. Határozza meg az így kapott forgástest térfogatát!
- Döntse el, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergensek! Amelyik konvergens, ott mondja meg az értékét is!

(a) (5 pont) $\int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

(b) (5 pont) $\int_1^{\infty} \frac{1}{1+x} dx$