

NÉV: NEPTUN-KÓD:

Gyak.vez. neve: Gyak. helye és ideje:

A megoldásokhoz adjon magyarázatot! Az eredményeket matematikai vagy Excel képlettel is megadhatja.

Minimum követelmény: az utolsó három feladatból legalább 6 pont.

1. (6 pont) Határozza meg az $y' = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$ differenciálegyenlet általános megoldását!
2. (6 pont) Határozza meg az $2y^2y'' = (y')^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ kezdetiérték-feladat megoldását!
3. (8 pont) Határozza meg az $\dot{x} + y = e^{2t}$, $x + \dot{y} = e^{2t}$ differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását!
4. (3+4 pont) Egy 30 fős kurzuson 8 külföldi van, a többiek magyarok. A magyarok fele lány, fele fiú. A 30 diák közül - egy konferencián való részvételre - 7-et kisorsolnak. Tekintjük az alábbi valószínűségi változókat: X = ahány külföldi, Y = ahány magyar lány van a szerencsések között. Számítsa ki az alábbi valószínűségeket:
 - (a) $P(X = 2)$; (b) $P(X = 2 \text{ és } Y = 3)$.
5. (3+4 pont) Kertünk sarkában van egy kis ketrec, abban pedig 5 fehér és 7 barna tyúkocská. A tyúkok naponta - egymástól függetlenül - vagy tojnak egy tojást vagy nem. A fehérek általában 3 naponként, a barnák 4 naponként tojnak. (a) A tojások napi számának mennyi a várható értéke? (Nem elég csak leírni a számot, meg is kell magyarázni.) (b) Mi a valószínűsége annak, hogy holnap pontosan 2 tojás lesz a ketrecben?
6. (2+4 pont) Adja meg az alábbi valószínűségi változók eloszlását képlettel: ahány húzás kell ahhoz, hogy egy magyar kártya pakliból (a) végre pirosat húzunk; (b) másodszorra pirosat húzunk. (A pakliban 32 lap közül 8 piros. A képletet nem elég csak odaírni, meg is kell magyarázni.)
7. (4+4 pont) Egy nagy papírlapra 10 cm-enként párhuzamos egyeneseket húzunk, majd egy 5 cm hosszú tűt jó magasról a papírra ejtünk. Mi a valószínűsége, hogy a tű (a) metszi valamelyik egyenest? (b) metszi valamelyik egyenest, és 45 foknál kisebb szöget zár be az egyenessel?
8. (3+3 pont) Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = 2x/25$ ($0 < x < 5$). (a) Mi a valószínűsége annak, hogy $X < 3$? (b) Mennyi X várható értéke?
9. (3+3 pont) Tegyük fel, hogy egy országban a férfiak testmagassága normális eloszlást követ 180 cm várható értékkel és 15 cm szórással. (a) A férfiaknak kb. hány százaléka magasabb, mint 195 cm? (b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen választott férfi testmagassága kevesebb, mint 195 cm feltéve, hogy több, mint 165 cm? (A valószínűségeket elég egy-egy korrekt képlettel megadni akár a Φ függvény, akár valamilyen Excel függvény segítségével. A képlet numerikus értékét nem kell kiszámolni.)