

**Valószínűesszámítás pótkurzus, 2016 tavasz**  
**Tételjegyzék**

1. Eseménytér, valószínűségi mérték. Halmazműveletek, szita-formula (bizonyítás most nem kell). Feltételes valószínűség, teljes valószínűség tétele, Bayes tétel. A teljes függetlenség más, mint a páronkénti függetlenség.
2. Valószínűségi változó:  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  mérhető függvény. Eloszlás függvény. Diszkrét esetben súlyfüggvény, abszolút folytonos esetben sűrűségfüggvény.
3. Várható érték, módusz, medián, szórás definíciója, alaptulajdonságai. Medián és várható érték becslés-minimalizálási tulajdonságai (Steiner-tétel).
4. Nevesített eloszlások: Binom( $n, p$ ), Geom( $p$ ), NegBinom( $r, p$ ), HiperGeom( $N, n, m$ ), Poisson( $\lambda$ ), Expon( $\lambda$ ), egy- és többdimenziós Egyenletes, normális  $N(\mu, \sigma)$ . Tudni kell, hogyan lehet ezek várható értékét, szórását, móduszát kiszámolni, és azt bizonyítani, ezek tényleg eloszlások (pld normális sűrűségfüggvényénél polárkoordinátákkal).
5. A  $\mathbb{P}[\text{Binom}(n, \lambda/n) = k] \rightarrow \mathbb{P}[\text{Poi}(\lambda) = k]$  közelítés, bizonyítással.
6. Stirling formula kimondása, használata, pld mekkora körülbelül  $\binom{2n}{n}$ .
7. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség, bizonyítással. Nagy Számok Gyenge Törvénye, bizonyítással (véges szórást föltéve).
8. Centrális Határeloszlás Tétel kimondása és alkalmazása,  $\Phi$ -táblázat.
9. Együttes avagy többdimenziós eloszlások, diszkrét és folytonos esetben, peremeloszlások. Független valváltozók együttes sűrűségfüggvénye a marginális sűrűségfüggvények szorzata. Marginálisok egyáltalán nem határozzák meg az együttes eloszlást. Feltételes eloszlások diszkrét és folytonos esetben.
10. Feltételes várható érték. Toronyszabály. Feltételes szórásnégyzet formula.
11. Kovariancia és korrelációs együttható definíciója, alaptulajdonságokkal. Cauchy-Schwarz bizonyítása, és az implikáció, hogy  $\rho(X, Y) \in [-1, 1]$ , szélsőértékeket akkor fölvéve, ha  $Y = aX + b$ , ahol  $a > 0$  avagy  $a < 0$  konstans, és  $b$  is konstans.
12. Diszkrét és folytonos konvolúció. Egy- és többdimenziós eloszlástrafó, Jacobi determináns.
13. Indikátor valváltozók összegének módszere számláló-változók várható értékének és szórásának kiszámolására.
14. Momentumgeneráló függvény definíciója, alaptulajdonságai, példák. Inverziójának lehetősége, bizonyítás nélkül.
15. Többdimenziós normális eloszlás definíciója sűrűségfüggvénnyel, és a két fő állítás kimondása: 1) egy együttes normális pontosan a standard többdim normálisnak egy affin transzformáció melletti képe; 2) a kovariancia-mátrix meghatározza a sűrűségfüggvényt, és viszont, egyszerűen kiszámolható módon.

Standard többdim normális forgatás-szimmetriája.

Normálisok konvolúciója normális: bizonyítás integrállal vagy momentumgenerálófüggvénnyel.