A1 matematika mintazárthelyi 2005.11.21.

1. Számítsuk ki (l'Hospital szabállyal vagy más módon):

a. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sinh x - x}{x^3}$ b. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-2e^x+1}{\sin^2 x}$ c. $\lim\limits_{x\to\pi/2}(\sin x)^{1/\cos^2 x}$.

2. Adott egy K körkúp H magassággal, az alapkörének sugara R. A kúpba beleírunk egy fordított állású másik kúpot, melynek csúcsa a K kúp alapkörének középpontja, és a kúpok forgástengelye közös. Mikor lesz a beírt kúp térfogata maximális?

3. a. Definiáljuk a differenciál fogalmát.
b. Adjuk meg $80^{3/4}$ és $\tan(29^o)$ közelítését oly módon, hogy a függvény kis megváltozását a differenciállal helyettesítjük.

4. Vizsgáljuk meg az $f(x)=x\sqrt{x-3}$ függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából.

5. Mutassuk meg, hogy az $e^x = x+2$ egyenletnek pontosan egy gyöke van az $[1,2]$ szakaszon.

6. Számítsuk ki az alábbi primitív függvényeket:

a. $\displaystyle\int \frac{dx}{1+(x/3-1)^2}$ b. $\displaystyle\int \frac{\text{asinh}x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ c. $\displaystyle\int \cos x \sinh x\, dx$.

7. a. Számítsuk ki az $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ primitív függvényt az $x=\cosh t$ helyettesítéssel.
b. Oldjuk meg az $f"(x) = \dfrac{1}{\tan(\pi/4-x)\sin^2(\pi/4-x)}$, $f'(0)=0$, $f(0)=1$ feladatot.

....
Összpontszám 100 pont. Munkaidő 100 perc.