

Analízis fizikusoknak/mérnököknek szóbeli tételsor

1. Halmazelméleti alapok, jelek és műveletek ($\in, \subseteq, \cap, \cup, \setminus, \bar{}$), azonosságok, nevezetes halmazok, háromszög-egyenlőtlenség, Descartes-szorzat, relációk, függvények, injektív, szürjektív, bijektív függvény, számosság, megszámlálható számosság, kombinatorikai alapok, binomiális tétel, Pascal-háromszög. Bizonyítási módszerek: teljes indukció, indirekt bizonyítás. Bernoulli-egyenlőtlenség, számtani-mértani közép közötti egyenlőtlenség.
2. Sorozatok fogalma, sorozat határértéke (véges, végtelen), torlódási pontja, konvergencia, divergens sorozatok, alapvető tételek, műveleti tulajdonságok, nevezetes határértékek, rendőr-elv, részsorozat, sorozatok nagyságrendje, limsup, liminf.
3. Valós számfogalom axiomatikus felépítése. Halmaz felső korlátja, határa, szuprémuma, infimuma, felső határ axióma, monoton, korlátos sorozat, e-hez tartó sorozatok, rekurzív sorozatok, Bolzano-Weierstrass-tétel, Cauchy-sorozat, Cauchy-kritérium és konvergencia kapcsolata, teljesség fogalma, teljességi axióma ekvivalens alakjai.
4. Függvényekkel kapcsolatos további alapfogalmak: invertálható függvény, inverz, kompozíció. Függvény határértéke (véges/végtelen pontban, véges/végtelen határérték), átviteli elv, műveleti tulajdonságok, trigonometrikus függvények, trigonometrikus azonosságok, nevezetes határértékek. Függvény folytonossága, műveleti tulajdonságok, szakadási helyek osztályozása, egyenletes folytonosság. Kompozíció határértéke.
5. $f \in C[a,b]$ alaptételei – Bolzano, Weierstrass, Heine, inverz folytonossága. Gyökkeresés intervallumfelező eljárással.
6. Pontbeli derivált különböző definíciói és jelentése. Folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata. Differenciálási szabályok (szorzat, tört, kompozíció, inverz). Elemi függvények deriváltja. Magasabbrendű deriváltak.
7. Elemi függvények tulajdonságai - racionális törtfüggvények, hatványfüggvények, exponenciális és logaritmusfüggvények, trigonometrikus, hiperbolikus függvények és inverzeik. Implicit alakban adott függvények. Paraméteres alakban adott görbék. Polárkoordinátás alakban adott görbék.
8. Lokális menettulajdonságok. Differenciálszámítás középértéktételei – Rolle, Lagrange, Cauchy.
9. L'Hospital szabályok.
10. Függvényvizsgálat – integrálszámítás alaptétele, menettulajdonságok, szélsőértékek, konvexitás, konkávitás, inflexió pont, aszimptoták. Teljes függvényvizsgálat lépései.
11. Függvénygörbék érintkezése, Taylor-polinom, Lagrange féle maradéktag, nevezetes Taylor-sorok. Simulókör, görbület.
12. Riemann-integrál fogalma, alsó/felső közelítő összeg, oszcillációs összeg, téglalapösszeg, Riemann-integrálhatóság elégséges feltételei.
13. Primitív függvény létezésének elégséges feltétele, kapcsolata a Riemann-integrállal, Newton-Leibniz formula, integrálszámítás középértéktétele. Darboux-tulajdonság, Riemann-integrálhatóság, primitív függvény létezésének, korlátosságnak kapcsolata.
14. Alapvető integrálási technikák (parciális integrálás, helyettesítés, racionális törtfüggvény) – határozott és határozatlan integrálban is.
15. Határozott integrál alkalmazásai – Jordan mérték, terület, szektorszerű idom területe, forgástest térfogata, ívhossz, forgástest felszíne, súlypont.
16. Közönséges differenciálegyenletek. Alapfogalmak. Megoldás, létezés, egyértelműség. Elsőrendű differenciálegyenletek, szétválasztható, lineáris differenciálegyenlet. Hiányos másodrendű differenciálegyenletek.
17. Impropius integrálok.
18. Végtelen számsorok – alapvető definíciók és példák, pozitív tagú sorokra vonatkozó konvergencia-kritériumok, abszolút és feltételes konvergencia, váltakozó előjelű sorok, Leibniz-sorok.