

Matematika M1 egészségügyi mérnököknek

minta ZH feladatsor, 2022 tavasz

munkaidő: 45 perc

Minden megoldást indokolni kell!

1. Az alábbi numerikus sorokról döntsük el, hogy konvergensek-e vagy sem. Amelyik konvergens, annak határozzuk meg az összegét!

a.) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-3}{2n-2}\right)^{\frac{n^2-n}{n+3}}$

b.) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$

c.) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)$

2. Mi a $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 \sin \frac{x}{n}\right)^n$ függvénysor konvergencia-tartománya?

3. Határozzuk meg az alábbi függvények adott x_0 körüli Taylor sorát. A harmadrendű Taylor polinom segítségével számoljunk közelítő értéke az adott x_1 helyen!

a.) $f(x) = \arcsin(x)$, $x_0 = 0$, $x_1 = 0.1$

b.) $g(x) = (x+1) \sin x \cos(2x)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $x_1 = 1.8$

4. Mennyi a

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x + \pi) \sin(2x) \ln \cos(3x)}{\tan^3(x/2)}$$

határérték?

5. A c paraméter mely értékeire van az alábbi egyenletrendszernek 0, 1, 2 illetve végtelen sok megoldása? Amikor 1 van, mi a megoldás?

$$2x + 3y + 4z = 0$$

$$6x + 7y + cz = 2c$$

$$10x + 10y + c^2z = 3c$$

6. Határozzuk meg a

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 6 \\ 7 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét!

7. Legfeljebb hány lineárisan függetlent lehet kiválasztani a $(4, 6, 2, 5, 4)$, $(-3, -6, 9, 7, 1)$, $(0, -1, 0, -3, 1)$, $(-5, -8, 9, 10, 2)$, $(2, 2, 2, 2, 4)$, $(7, 6, 5, -4, 3)$ vektorok közül?

8. Az a paraméter mely értékeire van az $\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & 4 & 2a \\ 5 & 6 & 3a \end{pmatrix}$ mátrixnak három lineárisan független sajátvektora?

9. Számoljuk ki A^{100} -t, ha $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

10. **Bónusz:** A 8. feladatban az a paraméter mely értékére maximális a spektrális rés?