

Matematika M1 egészségügyi mérnököknek

pótpótZH feladatsor, 2022 tavasz

munkaidő: 60 perc

Minden feladat 6 pontot ér. Minden megoldást indokolni kell!

1. a.) Írjuk fel az $f(x) = x \ln(x + 1)$ függvény nulla körüli Taylor sorát!

b.) Konvergens az

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$$

sor? Ha igen, mennyi az összege? Miért?

2. Keresük meg az alábbi egyenletrendszer összes megoldását:

$$\begin{cases} b + c + 1 = 0 \\ a + 2b + 3c + 2 = 0 \\ 3a + b + 2c - 1 = 0 \end{cases}$$

3. A B mátrixról tudjuk, hogy $B \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $B \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Melyik ez a B mátrix?

4. Legyen $A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix}$. Van olyan $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ nem nulla vektor, amire Av párhuzamos v -vel?

5. Legyen A annak az $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineáris transzformációnak a mátrixa, ami minden vektort elforgat a nulla körül $\frac{\pi}{2}$ -vel (vagyis 90 fokkal).

(a) Adjuk meg az A mátrixot!

(b) Adjuk meg az $A^{100} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektort!