

Matematika M1 egészségügyi mérnököknek

vizsga feladatsor, 2022.05.31 10:00

munkaidő: 90 perc

Minden megoldást indokolni kell!

1. Keressük meg annak az $f(x)$ függvénynek a valós Fourier sorát, ami 2π szerint periodikus, továbbá

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ x & , \text{ ha } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \text{ ha } \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases} .$$

2. Milyen típusú stacionárius helye van az $f(x, y) = x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 - 11x - 17y$ függvénynek az $(1, 2)$ helyen?

(A stacionárius helyeket nem kell megkeresni, csak erről az egyről – amiről elárulom, hogy stacionárius hely – eldönteni, hogy milyen típusú.)

3. Egy hangya mászik a síkon az $(x(t), y(t)) = (1 + \cos(t\pi), 2 + \sin(t\pi))$ hely-idő függvényt követve. (Az időt percben, a helyet méterben mérjük.) Mekkora utat tesz meg a hangya 2 perc alatt (vagyis a $[0, 2]$ idő-intervallumban?)

4. Az

$$\int_0^2 \int_0^{1-x/2} \frac{\sin y}{1-y} dy dx$$

kettős-integrálban cseréljük fel az integrálok sorrendjét, ügyelve az integrálási határokra! *(Az integrált kiszámolni nem kell.)*

5. Az $y'(t) = 3y(t) + 2t - 3t^2$ differenciál-egyenlet egyik megoldása az $y(t) = t^2$ függvény. (Aki nem hiszi, ellenőrizze le!) Ennek tudatában keressük meg az összes megoldást!