

Matematika M1 egészségügyi mérnököknek

vizsga feladatsor, 2022.06.08 10:00

munkaidő: 90 perc

Minden megoldást indokolni kell!

1. Keressük meg az $f(x) = \sin(2x) + \cos(3x)$ függvénynek (ami 2π szerint periodikus) a komplex Fourier sorát!
2. Keressük meg az $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 6y - 2$ kétváltozós függvény stacionárius helyeit! (Nem kell őket jelleg szerint besorolni.)
3. Egy háromszög alakú medence csúcsai egy (x, y) koordináta-rendszerben a $(-2, 0)$, $(2, 0)$ és $(0, 4)$ pontokban vannak, vízszintes talajon. (A távolságokat méterben mérjük.) A medence falai függőlegesek, a mélysége viszont a hely függvényében változik: az (x, y) pontban a mélység $2 - \frac{x^2+y}{5}$ méter. Hány köbméter víz fér a medencébe?
4. Az $\underline{r}(t) = (t, \cos t, \sin^2 t)$ paraméterezett görbének keressük meg a $t_0 = 0$ paraméterű ponthoz tartozó érintő egyenesét! (Mondjuk paraméterezett egyenes formájában megadva, de lehet egyenletrendszerrel is.)
5. A $z''(t) = -13z(t) - 4z'(t)$ differenciál-egyenlet általános megoldása $z(t) = e^{-2t}(A \cos(3t) + B \sin(3t))$ (ahol $A, B \in \mathbb{R}$). Ennek alapján oldjuk meg a

$$z''(t) = -13z(t) - 4z'(t) \quad , \quad z(0) = 1, z'(0) = -2$$

kezdeti érték problémát!

(Ez a csillapított rezgőmozgás egyenlete, pl. egy függőleges rugóra akasztott test fel-le mozgását modellezi.)