① $f(x) = 2\cos(2x)\sin(2x) \underset{\text{azonosság}}{\overset{\text{trigonometrikus}}{=}} \underline{\underline{\sin(4x)}}$ 1 elemű Fourier-sor.

Vagyis $f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx) \right]$,

ahol $b_4 = 1$, az összes többi $b_k = 0$

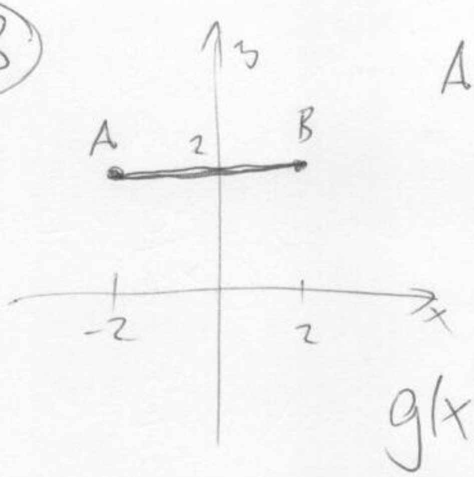
és az összes a_k is $= 0$.

(2) $f(x,y) = x\sin(xy) + y\cos(xy)$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \sin(xy) + x\cos(xy)y - y\sin(xy)y$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x\cos(xy)x + \cos(xy) - y\sin(xy)x$$

③



Az AB szakaszon $y=2$, vagyis

$f(x,y)$ az x fv-ében

$$g(x) := f(x,y)\Big|_{y=2} = f(x,2) = x^3 - 3x\cdot 2^2 - 6\cdot 2 - 2$$
$$= \underline{x^3 - 12x - 14},$$

ennek kell keresni a szélsőértékeit az $x \in [-2,2]$ szakaszon.

Ehhez $g'(x) = 3x^2 - 12 = 0$

$$\Updownarrow$$
$$x^2 = 4$$
$$\Updownarrow$$
$\underline{\underline{x = \pm 2}}$ vagyis szélsőérték kizárólag $x=\pm 2$-ben lehet

[lehetne a végpontokban is, de ezek pont a végpontok :)]

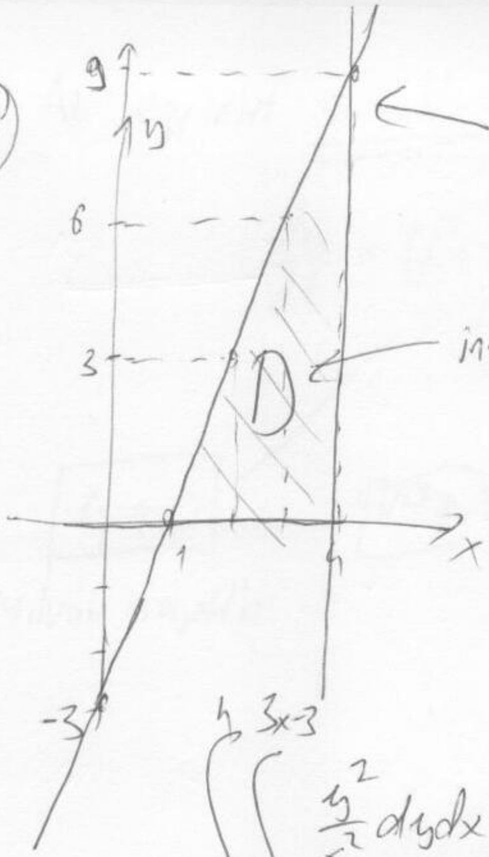
Mivel $g(-2) = (-2)^3 \cancel{\ldots} - 12(-2) - 14 = -8 + 24 - 14 = 2$

és $g(2) = 2^3 - 12\cdot 2 - 14 = 8 - 24 - 14 = -30$.

a $\underline{\underline{\text{minimum } -30}}$ $\quad ((x,y) = (2,2)$-ben$)$,

a $\underline{\underline{\text{maximum } 2}}$ $\quad ((x,y) = (-2,2)$-ben$)$

④



$y = 3x - 3$, avagy $x = 1 + \frac{y}{3}$ egyenes

integrálási tartomány

$$\int_1^4 \int_0^{3x-3} \frac{y^2}{x^2}\,dy\,dx = \iint_D \frac{y^2}{x^2}\,dx\,dy = \boxed{\int_0^9 \int_{1+\frac{y}{3}}^4 \frac{y^2}{x^2}\,dx\,dy}$$

(5) Az egyenlet szétválasztható:

$$\frac{dy}{dt} = (t^2+1)\,y^2 \quad , \text{ tehát}$$

$\boxed{y \equiv 0}$

nyilván megoldás

$\boxed{\text{vagy}}$

y^2-tel lehet osztani:

$$\frac{1}{y^2}\frac{dy}{dt} = t^2+1 \qquad / \int \text{„}dt\text{"}$$

$$\int \frac{1}{y^2}\,dy = \int t^2+1\,dt$$

$$-\frac{1}{y} = \frac{t^3}{3} + t + c$$

$$\boxed{y(t) = \frac{-1}{\frac{t^3}{3}+t+c} = \frac{3}{\tilde{c}-3t-t^3}}$$