

Tömegkiszolgálás

pótZH, 2020 tavasz, 2020.05.20, 18:00

Munkaidő: 90 perc. A megoldásokat fényképezve vagy scannelve kérem vissza. Aki ezt nem tudja megoldani, kérem, jelezze!

Minden írásos segédeszköz illetve számológép/számítógép használható, de a feladatokat **önállóan** kell megoldani, vagyis más embertől kérdezni és segítséget elfogadni nem szabad. Ez alól egyedüli kivétel a tárgy előadója.

Minden megoldást részletesen indokolni kell.

Minden feladat 9 pontot ér.

1. a.) Jancsika 3-szor dob egy szabályos dobókockával. Mennyi a valószínűsége, hogy a legnagyobb dobása 3-nál nagyobb? (*Tipp: legyen X a 3-nál nagyobb dobások száma.*)
b.) Jancsika k -szor dob egy szabályos dobókockával, ahol $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Mennyi a valószínűsége, hogy a legnagyobb dobása k -nál nagyobb?
c.) Pistike dob egy szabályos dobókockával. Az eredményt jelöljük N -nel. Ezután Jancsika N -szer dob egy szabályos dobókockával. Jelöljük M -szel a Jancsika által dobott számok legnagyobbikát. Mennyi a $\mathbb{P}(M > N)$ valószínűség?
2. Egy hallgató egy maratoni szóbeli vizsgán 2-esről indul. Az oktató sorban tesz fel neki a kérdéseket. Ha helyesen válaszol, a jegye 1-gyel javul (hacsak nem 5-ösre áll, mert akkor nem változik). Ha hibásan válaszol, akkor a jegye 1-gyel romlik (hacsak nem 1-esre áll, mert akkor nem változik). A hallgató minden kérdésre az előzményektől függetlenül $\frac{1}{2}$ valószínűséggel válaszol helyesen. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 100 kérdés után ötösre áll?
3. Móricka dobókockája hamis: a számok 1-től 6-ig vannak rajta, de a k valószínűsége $\frac{k}{21}$ ($k = 1, 2, \dots, 6$). Legyen egy dobás eredménye X .
 - a.) Írjuk fel X generátorfüggvényét!
 - b.) Mennyi az $\mathbb{E}X$ várható érték?
 - c.) Móricka addig dobál a kockájával, amíg kétszer egymás után ki nem jön a hatos. Legyen a szükséges dobások száma Y , ennek generátorfüggvénye g_Y . Mennyi a $g_Y(0)$ függvényérték?
4. Alfréd bácsi orvosi rendelőjéhez a betegek szabályos időközönként érkeznek az előjegyzett időpontjukra: 8:00-tól kezdve minden 15 percben 1 beteg. A betegek pontosan érkeznek: 8:00-kor, 8:15-kor, 8:30-kor, stb.
Alfréd bácsi pontosan az érkezési idő után 1 perccel hívja be a betegeket (8:01-kor, 8:16-kor, 8:31-kor, stb.), és minden beteget pontosan 10 perc alatt lát el (a maradék időben a rendelőt fertőtleníti). Ám sajnos néha más dolga is van: minden egyes negyedórában, az előzményektől függetlenül $\frac{5}{6}$ valószínűséggel lát el beteget, a maradék $\frac{1}{6}$ valószínűséggel azonnali minisztériumi adatigénylésre kell válaszolnia. Ilyenkor a betegek türelmesen várnak a váróteremben.
Szerencsére nem minden beteg jelenik meg: mindegyik, az előzményektől függetlenül, $\frac{2}{3}$ valószínűséggel jön el (a többi nem értesült az időpontjáról).
Vilma néni estefelé érkezik az előjegyzett időpontjára, depressziós tünetekkel. Körülbelül mekkora valószínűséggel üres érkezésekor a váróterem? (Persze úgy értve, hogy az érkezése előtt közvetlenül.)
5. Juliskának tíz főnöke van. Minden nap minden főnök feldob egy szabályos dobókockát, és ha az eredmény 1-es, akkor ad Juliskának 1 napra való munkát. Átlagosan hány nap alatt hajtja végre Juliska a rá bízott feladatokat hosszú távon? (Juliska minden nap 1 napra való munkát tud elvégezni.)