

Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika

1. ZH

2018 ősz, 2018.10.11 18:00

Munkaidő: 90 perc. A nulladik feladat 0 pontos, a többi mind 9 pontot ér.

- Írja rá a ZH-ra a *gyakorlatvezető nevét* és a *gyakorlat időpontját* (meg persze a saját nevét és Neptun-kódját is). Lehetséges helyes megoldások: Prokaj Rudolf, kedd 14-16 (E402) ; Prokaj Rudolf, csütörtök 14-16 (E402) ; Rokob Sándor, csütörtök 10-12 (R507); Rokob Sándor, péntek 10-12 (R515)
- Móricka addig dobál egy szabályos dobókockával, amíg 3-asnál nagyobbat nem sikerül dobnia. Legyen X a dobott számok összege. Mennyi X várható értéke? (*Tipp: használjunk teljes várható érték tételt az első dobás eredménye szerint.*)
- Egy lépcsőházban 3 villanykörte világít: egy a földszinten, egy az első emeleten és egy a másodikon. Ha egy körte kiég, azonnal kicserélik. Az egyes körték élettartama egymástól független, exponenciális eloszlású valószínűségi változó, 1 év várható értékkel.
 - (1 pont) A földszinti körtét épp most cserélték ki. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 1 évig bírni fogja csere nélkül?
 - (1 pont) Az első emeleti körte pont két éve volt kicserélve. Mennyi a valószínűsége, hogy még egy évet ki fog bírni?
 - (2 pont) Mennyi a valószínűsége, hogy mostantól az első égőcseréig legfeljebb $\frac{1}{2}$ évet kell várni?
 - (2 pont) Mennyi a valószínűsége, hogy a második emeleten legalább 3-szor kiég a körte a következő 1 évben?
 - (3 pont) Mennyi a valószínűsége, hogy a következő $\frac{1}{2}$ évben az egész lépcsőházban 3-nál kevesebb égőcsere lesz?
- Az X valószínűségi változó generátorfüggvénye $g(z) = \left(\frac{3+z}{4}\right)^5 \left(\frac{1+z}{2}\right)^3$. Mennyi X szórásnégyzete?
- Pistike egy szabályos dobókockával dobál. Amikor 6-ost sikerül dobnia, Jancsika is dob egyet a maga szabályos kockájával. Ezt addig csinálják, amíg Jancsika 6-ost nem dob. Legyen X Pistike dobásainak száma. Mi X eloszlása? (Vagyis: adjuk meg a $\mathbb{P}(X = k)$ valószínűségeket, vagy mondjuk meg az eloszlás nevét.)
- Bergengóciában Gócbereki Bendegúznak és minden leszármazottjának véletlen számú gyereke születik, egymástól függetlenül és azonos eloszlással. A gyerekek számának generátorfüggvénye $g(z) = \left(\frac{5+z}{6}\right)^5$.
 - (4 pont) Mennyi a valószínűsége, hogy G. Bendegúznak nem születik dédunokája?
 - (5 pont) Mennyi annak a valószínűsége, hogy G. Bendegúz leszármazottjai kihálnak?
- Bónusz feladat piros pontért:** Egrészt: legyen Z_n Galton-Watson elágazó folyamat, ahol $Z_0 = 1$ és az egylépéses utódszám pesszimista geometriai eloszlású $p = \frac{1}{4}$ paraméterrel. Legyen r annak a valószínűsége, hogy a Z_n folyamat kihal.

Másrészt: Egy bolt hentespultjánál egyetlen sor van, abban kezdetben egyetlen vevő. Minden egyes vevő kiszolgálása alatt véletlen számú újabb vevő áll be a sorba: $\frac{3}{5}$ valószínűséggel kettő, $\frac{1}{5}$ valószínűséggel egy, és $\frac{1}{5}$ valószínűséggel egy se, az előzményektől függetlenül. Legyen q annak a valószínűsége, hogy egyszer csak elfogy a sor (vagyis hogy lesz olyan pillanat, amikor nem áll ott egyetlen vevő sem).

Mutassuk meg számolás nélkül, hogy $r = q$.