NÉV: .... NEPTUN-KÓD: .... SZAK: ....

ELŐADÓ: Bálint Péter GYAKVEZ.:.................................

Valószínűségszámítás ZH2, 2017. nov. 23.
A csoport

Munkaidő: 90 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.
Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 40 pont, de már 35 pont is 100%*-os eredménynek számít.*

1. Tekintsük az $x^2 + \beta x + \gamma = 0$ másodfokú egyenletet, ahol a β és a γ együtthatók függetlenek, és egyaránt egyenletes eloszlásúak a $[-2, 2]$ intervallumon. Mi a valószínűsége, hogy az egyenletnek két valós gyöke van? (6 pont)

2. A úr tagja egy önkéntes egészségpénztárnak. Negyedévenként (tehát egy év során 4 alkalommal) fizet be, az egyes befizetései függetlenek, normális eloszlásúak, 30.000 Ft várható értékkel és 2.000 Ft szórással. A úr éves költése az egészségpénztári számlája terhére szintén normális eloszlású, várható értékben 115.000 Ft, 3.000 Ft szórással. Egy tag nettó befizető egy évben, ha több pénzt fizet be, mint amennyit költ. (Standard normális eloszlás a hátoldalon.)

   (a) Mi a valószínűsége, hogy A úr nettó befizető 2017-ben? (6 pont)

   (b) A pénztárnak 90.000 tagja van, a tagok befizetései és költései függetlenek, és A úréval azonos eloszlásúak. Jelölje Y, hogy az egészségpénztárnak hány nettó befizetője van 2017-ben. Keressük meg azt a legkisebb k számot, melyre igaz, hogy $\mathbb{P}(Y < k) \geq 0,8$. (6 pont)

3. Legyen X egyenletes eloszlású a $[3, 5]$ intervallumon, és Y feltételes eloszlása az $X = x_0$ feltétel mellett ($x_0 \in [3, 5]$) exponenciális x_0 paraméterrel.

   (a) Mi az (X, Y) pár közös sűrűségfüggvénye? (2 pont)

   (b) $\mathbb{E}(Y|X = x_0) =$? (2 pont)

   (c) $\mathbb{E}(Y) =$? (3 pont)

   (d) $Cov(X, Y)$=? (4 pont)

4. Egy bolyongó egy hamis érmét dobál, mely $3/4$ eséllyel a Fej, és $1/4$ eséllyel az Írás oldalára esik. A bolyongó az origóból indul, n-szer dobja fel az érmét, és minden alkalommal, amikor F F-t követ, egy lépést tesz pozitív irányba, amikor I I-t követ, egy lépést tesz negatív irányba. Ha az előző dobásától különbözőt dob, helyben marad. Tekintsük a következő valószínűségi változókat: jelölje ξ_+, hogy hány lépést tesz meg a bolyongó pozitív irányba, ξ_-, hogy hány lépést tesz negatív irányba, és jelölje X annak a pontnak a koordinátáját, ahová az n dobás után érkezik. Tehát ha pl. a dobássorozat $FFFFIIIIFFFI$, akkor $n = 12$, $\xi_+ = 5$, $\xi_- = 3$ és $X = 2$.

   (a) Legyen $n = 100$. $\mathbb{E}X =$? (6 pont)

Bónusz $Cov(\xi_+, \xi_-) =$? (5 pont)

$\Phi(z)$

z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000