

NÉV: ..... NEPTUN-KÓD: ..... SZAK: .....

ELŐADÓ: Bálint Péter

GYAKVEZ.: .....

**Valószínűségszámítás ZH2, 2018. nov. 22.**

**A csoport**

*Munkaidő: 90 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.*

*Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 40 pont, de már 35 pont is 100%-os eredménynek számít.*

1. Egy zsemle tömegének várható értéke  $55g$ , szórása  $4g$ , egy kifli tömegének várható értéke  $45g$ , szórása  $3g$ . Az eloszlások normálisak és függetlennek tekinthetők. (Standard normális eloszlás táblázat a hátoldalon.)

(a) Veszek egy kiflit és egy zsemlét, mi a valószínűsége, hogy a kifli nehezebb lesz a zsemlénél? (5 pont)

(b) Szendvicseket szeretnék készíteni egy nagy házibulihoz, ezért veszek 100 kiflit és 100 zsemlét, és ezek közül kiválasztom a  $40g$ -nál nehezebb kifliket és az  $50g$ -nál nehezebb zsemléket. Mi a valószínűsége, hogy így több kiflit választok ki, mint ahány zsemlét? (6 pont)

2. Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók közös sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} A \cdot (x + y) & \text{ha } 0 < x, 0 < y, x + y < 1 \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

(a) Határozzuk meg az  $A$  konstans értékét. (3 pont)

(b) Határozzuk meg a peremsűrűség-függvényeket. Független-e  $X$  és  $Y$ ? (5 pont)

(c)  $\mathbb{P}(X > Y | X = \frac{1}{2}) = ?$  (2 pont)

3. A  $T$  téglalap egyik oldala 3, másik oldala 2 egység hosszúságú. Válasszunk egyenletes eloszlással egy pontot  $T$  belsejében, és jelölje  $\xi$  a pont távolságát a téglalap legközelebbi oldalától. Határozzuk meg  $\xi$  eloszlásfüggvényét (5 pont) és várható értékét (3 pont).

4. Egy urnában van 30 golyó, ebből 10 piros, 1-től 10-ig beszámozva, 10 sárga, szintén 1-től 10-ig számozva és 10 kék, szintén 1-től 10-ig számozva. Kihúzzuk sorban egymás után, visszatevés nélkül a 30 golyót az urnából. Azt mondjuk, hogy a  $k$ -dik húzáskor illeszkedést látunk ( $k = 1, \dots, 10$ ), ha az ekkor húzott golyóra a  $k$  szám van felírva (a golyó színe nem számít). A  $(10 + k)$ -dik és  $(20 + k)$ -dik húzásnál az illeszkedés azt jelenti, hogy a golyón a  $k$  szám áll ( $k = 1, \dots, 10$ ). Jelölje  $X$ , hogy összesen hány illeszkedést látunk a 30 húzás során.

(a)  $\mathbb{E}X = ?$  (6 pont)

Bónusz  $\mathbb{D}^2 X = ?$  (5 pont)

