

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

Valószínűségszámítás ZH1, 2022. okt. 20.

A csoport, 8:05 – 8:50

Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.

1. Az X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 véletlen számok mindegyike, egymástól függetlenül, az 1, 2, ..., 9 számok közül bármelyik lehet $\frac{1}{9}$ valószínűséggel. Legyen Y ezen számok szorzata (azaz $Y = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5$).
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy Y páratlan (2 pont)?
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy Y osztható 70-nel (8 pont)? (Megj: $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$.)
2. Egy zöldséges régóta ugyanonnan szerzi be a diót. Tapasztalatok szerint 3 kg dióban átlagosan egy kukacos szem van; míg annak a valószínűsége, hogy 4 kg dióban egyetlen avas szem se legyen, 0.135335. A kukacosodást és az avasodást tekintjük független jelenségeknek.
 - (a) A szomszédom 8 kg diót vett. Mi a valószínűsége, hogy ebben lesz legalább két avas szem? (4 pont)
 - (b) Úgy szeretnék diót vásárolni, hogy abban se kukacos, se avas szem ne legyen. Legfeljebb mennyi diót vehetek, ha azt szeretném, hogy ez legalább 70% valószínűséggel teljesüljön? (6 pont)

Bónusz: Egy kaszinóban a következő játékot kínálják. Generálják az 1, 2, ..., N számok egy (a_1, a_2, \dots, a_N) véletlen sorbarendezését (minden permutáció egyforma valószínűségű). A k -dik pozícióban egy rekordérték áll, ha az $a_k > a_i$ teljesül minden $i < k$ esetén. Minden rekordérték után a kaszinó fizet 10 Ft-t a játékosnak, de a játékban való részvétel ára 1000 Ft. Legfeljebb mennyi lehet N , ha a kaszinó számára kedvező a játék? (4 pont)

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

Valószínűségszámítás ZH1, 2022. okt. 20.

B csoport; 9:05 – 9:50

Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.

1. Egy társasjátékban a játékosnak véletlenszerűen kisorsolják egy szabályos dobókocka, egy szabályos teraéder vagy egy szabályos oktaéder valamelyikét, majd a kisorsolt dobóeszközzel háromszor egymás után kell dobnia. Az egyes testek lapjaira rendre az 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; az 1, 2, 3, 4 illetve az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számok vannak felírva. Andrásról annyit tudunk, hogy megkapta az egyik testet, ezzel kétszer dobott, és a kettő dobás közül pontosan egyszer kapott 1-t. Mi a valószínűsége, hogy a harmadik dobása 1 lesz? (10 pont)
2. Annának és Borinak van négy, egyformán cinkelt érméje, ezek mindegyike p valószínűséggel esik a Fej és $q = 1 - p$ valószínűséggel az Írás oldalára. Feldobják egyszerre a négy érmét, ha ezek közül pontosan 1 esik a Fej oldalára, Anna nyer, ha pontosan 1 esik az Írás oldalára, Bori nyer. Minden más esetben újra feldobják a négy érmét (ezt nevezzük egy fordulónak) és ezt folytatják addig, amíg valamelyikük nyer.
 - (a) Mennyi lehet p , ha Anna nyerési esélye pontosan kétszerese Bori nyerési esélyének (6 pont)?
 - (b) Várhatóan hány forduló után ér véget a játék (4 pont)?

Bónusz: Egy kaszinóban a következő játékot kínálják. Generálják az $1, 2, \dots, N$ számok egy (a_1, a_2, \dots, a_N) véletlen sorbarendezését (minden permutáció egyforma valószínűségű). A k -dik pozícióban egy rekordérték áll, ha az $a_k > a_i$ teljesül minden $i < k$ esetén. Minden rekordérték után a kaszinó fizet 10 Ft-t a játékosnak, de a játékban való részvétel ára 1000 Ft. Legfeljebb mennyi lehet N , ha a kaszinó számára kedvező a játék? (4 pont)