

NÉV: ..... NEPTUN-KÓD: ..... SZAK: .....

**Valószínűségszámítás ZH2, 2022. nov. 24.**

**A csoport, 8:05 – 8:50**

*Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.*

*Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.*

1. Egy internetes keresőprogram 900 db, egyenként 10 MByte méretű állományt vizsgál meg. Ezek mindegyike, egymástól függetlenül, 0.8 valószínűséggel tartalmaz a keresés szempontjából releváns információt. A program a releváns állományokat egy háttértárba tölti le, az irreleváns állományokat átugorja. Legalább mekkora méretű legyen a háttértár, ha 98% valószínűséggel szeretnénk biztosítani, hogy minden releváns állománynak jusson rajta hely? Használja a de Moivre - Laplace tételt, standard normális eloszlás táblázat a hátoldalon! (6 pont)
2. Feldobunk 50-szer egy szabályos dobókockát, az egyes dobásokat jelölje  $\xi_i$  ( $i = 1, \dots, 50$ ). Azt mondjuk, az  $i$ -dik dobás harmonikus, ha  $\xi_i = \frac{1}{2}(\xi_{i-1} + \xi_{i+1})$  (itt  $i = 2, \dots, 49$ ). Jelölje  $X$  a harmonikus dobások számát.  $\mathbb{E}X = ?$  (6 pont)
3. Az  $(X, Y)$  valószínűségi változók közös sűrűségfüggvénye:

$$f(x, y) = \begin{cases} A \cdot \sin(x + y) & \text{ha } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ és } 0 < y < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

(a) Határozza meg az  $A > 0$  konstans értékét és a peremsűrűség-függvényeket! (4 pont)

(b) Határozza meg  $Y$  feltételes sűrűségfüggvényét  $X = \frac{\pi}{4}$  mellett, valamint a  $\mathbb{P}(Y < \frac{\pi}{4} | X = \frac{\pi}{4})$  valószínűséget! (4 pont)

Bónusz: Határozza meg a  $Z = X + Y$  valószínűségi változó sűrűségfüggvényét! (4 pont)



NÉV: ..... NEPTUN-KÓD: ..... SZAK: .....

**Valószínűségszámítás ZH2, 2022. nov. 24.**

**B csoport, 9:05 – 9:50**

*Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.*

*Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.*

1. Feldobunk  $n$ -szer egy szabályos dobókockát, a hatos dobások számát jelölje  $X$ . Legalább mennyi legyen  $n$ , ha 99% valószínűséggel szeretnénk biztosítani, hogy a hatosok aránya (azaz  $\frac{X}{n}$ ) meghaladja a 0.15-t? (6 pont)
2. 12 jelentkező egyszerre nyújt be állás pályázatot 10 különböző céghez. Mindegyik pályázó jelentkezik mind a 10 állásra. A jelentkezők egyformán rátermettek, a cégek egymástól függetlenül választanak egyet-egyet közülük. (Így, kis valószínűséggel ugyan, de akár az is előfordulhat, hogy mind a 10 cég ugyanazt a pályázót választja). Jelölje  $X$ , hogy a 12 jelentkező közül hányan kapnak (legalább egy) állásajánlatot.  $\mathbb{E}X = ?$  (6 pont)
3. Az  $(X, Y)$  valószínűségi változók közös sűrűségfüggvénye:

$$f(x, y) = \begin{cases} B \cdot \cos(x - y) & \text{ha } |x| < \frac{\pi}{4} \text{ és } |y| < \frac{\pi}{4}, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

(a) Határozza meg a  $B > 0$  konstans értékét és a peremsűrűség-függvényeket! (4 pont)

(b) Határozza meg  $X$  feltételes sűrűségfüggvényét  $Y = 0$  mellett, valamint a  $\mathbb{P}(X > 0 | Y = 0)$  valószínűséget! (4 pont)

Bónusz: Határozza meg a  $Z = X - Y$  valószínűségi változó sűrűségfüggvényét! (4 pont)

