

- ① $A := \{\text{NEM SIKERÜC ÖSSZEJÜZTENEK AZ A BETŰT}\}$
 $B := \{\text{--- -- -- -- A B ---}\}$
 $C := \{\text{--- -- -- -- --- C ---}\}$

$$P(\text{POLÓT NYERÉK}) = P(A^c \cap B^c \cap C^c) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 3 \cdot \left(\frac{25}{26}\right)^{30} - 3 \cdot \left(\frac{24}{26}\right)^{30} + \left(\frac{23}{26}\right)^{30} = 0.678$$

$$P(\text{POLÓT NYERÉK}) = 1 - 0.678 = 0.322$$

- ② $\tilde{A} := \{\text{ELSŐ KÖRBEN ANDRÁS NYER}\}$
 $\tilde{B} := \{\text{--- -- -- -- BÉLA ---}\}$
 $\tilde{C} := \{\text{--- -- -- -- KÖR DÖNTETLEN}\}$

$$P_A = \sum_{n=1}^{\infty} P(\text{ANDRÁS NYER, } n \text{ KÖRIG TART A MECCS}) = \sum_{n=1}^{\infty} P(\tilde{C})^{n-1} \cdot P(\tilde{A}) = \frac{P(\tilde{A})}{1 - P(\tilde{C})}, \quad P_B = \frac{P(\tilde{B})}{1 - P(\tilde{C})}$$

$$P_B = 2P_A \iff \frac{P_B}{P_A} = 2 \iff \frac{P(\tilde{B})}{P(\tilde{A})} = 2 \quad \begin{matrix} P(\tilde{A}) = \frac{1}{6} \cdot (1-p) \\ P(\tilde{B}) = p \cdot \frac{5}{6} \end{matrix}$$

$$2 = \frac{p \cdot \frac{5}{6}}{(1-p) \cdot \frac{1}{6}} \iff 2 = \frac{p \cdot 5}{1-p} \iff 2 - 2p = 5p \iff \boxed{p = \frac{2}{7}}$$

$$P(\tilde{A}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{42}, \quad P(\tilde{B}) = 2 \cdot P_A = \frac{10}{42}$$

$$P(\tilde{C}) = 1 - P_A - P_B = 1 - 3P_A = \frac{27}{42}$$

1. OLDAL

TEHÁT
$$P_A = \frac{5/42}{15/42} = \frac{1}{3}$$

b)
$$X \sim \text{GEO}(1 - P(\bar{C})) \sim \text{GEO}\left(\frac{15}{42}\right)$$

$$E(X) = \frac{42}{15}$$

BÓNUSZ:
$$P(X \geq k) = \frac{\binom{91-k}{5}}{\binom{90}{5}}$$

AMOL $k = 1, 2, \dots, 86$

$$E(X) = \sum_{k=1}^{86} P(X \geq k) = \frac{1}{\binom{90}{5}} \cdot \sum_{k=1}^{86} \binom{91-k}{5} =$$

$$= \frac{1}{\binom{90}{5}} \cdot \left(1 + \binom{6}{5} + \binom{7}{5} + \binom{8}{5} + \dots + \binom{90}{5} \right) = \frac{\binom{91}{6}}{\binom{90}{5}} =$$

$\underbrace{\binom{6}{6}}_{(6)} \underbrace{\binom{7}{6}}_{(7)} \underbrace{\binom{8}{6}}_{(8)} \underbrace{\binom{9}{6}}_{(9)} \dots \underbrace{\binom{91}{6}}_{(91)}$

$$= \frac{91!}{85!6!} / \frac{90!}{85!5!} = \frac{91}{6}$$

MÁSIK MEGOLDÁS: LEGYEN 91 GÖLYÓ: 85 FEHÉR, 5 KÉK, EGY PIROS. MEGKEVERVE ÉS EGY KÖR MENTÉN KIRAKVA: X_i = AZ PIROS GÖLYÓ UTÁN HANYADIK AZ ELSŐ KÉK ÓRÁZÁRÁS IRÁNYBA.

X_i := i-EDIK SZÍNES GÖLYÓ UTÁN HANYADIK A KÖVETKEZŐ SZÍNES GÖLYÓ ÓRÁZÁRÁS IRÁNYBA. $X_1 = X$, $X_1 + \dots + X_6 = 91$

$$E(X_1) = E(X_2) = \dots = E(X_6) \text{ így } E(X_1) = \frac{91}{6}$$

2. OLDAL