

A lineáris algebra hivatkozásai a segédletekre, az többi részé a Thomas 3. kötetére vonatkoznak. ► = kötelező bizonyítás.

1. Egyenletrendszerek: • Síkbeli egyenes, térbeli egyenes és térbeli sík egyenletei/egyenletrendszerei, hipersík (1.47–1.62), • *lineáris egyenletrendszer* általános alakja, egyenletrendszer elemi átalakításai • az elemi átalakítások ekvivalens átalakítások (2.6) • egyenletrendszer két geometriai modellje (hipersíkok, lineáris kombinációk) • *mátrix*, bővített mátrix • *elemi sorműveletek* • *(redukált) lépcsős alak* ► mátrix (redukált) lépcsős alakra hozhatósága, *Gauss-módszer*, *Gauss–Jordan-módszer* • redukált lépcsős alak egyértelműsége • szimultán egyenletrendszer megoldása

2. Megoldhatóság, megoldás: • *mátrix rangja* (2.31) • kötött és szabad változók száma ► az egyenletrendszer megoldhatóságának mátrixrangos feltétele (2.35, 2.36) • *altér*, *kifeszített altér* ► homogén lineáris egyenletrendszer megoldásai alteret alkotnak (2.38) • inhomogén és a hozzá tartozó homogén egyenletrendszer megoldásainak kapcsolata (2.43) • a kiküszöbölés műveletigénye $2n^3/3$ lebegőpontos művelet (flop) • *rosszul kondicionált (instabil) egyenletrendszer* • *részleges főelemkiválasztás* • Jacobi-iteráció, Gauss–Seidel-iteráció

3. Mátrixműveletek: • *mátrixműveletek* • vektorok skaláris és diadikus szorzatának mátrixszorzatos alakja, • lineáris egyenletrendszer mátrixszorzatos alakja • egységmátrix, elemi mátrixok, elemi sorműveletek előállításai mátrixszorzással (3.25) • blokkmátrixok, vektorokra particionált mátrixok, a mátrixszorzat kifejezése sor- és oszlopvektorokkal, szorzás a standard egységvektorokkal • műveleti azonosságok (3.32, 3.35, 3.36, 3.39) ► inverz egyértelműsége (3.47) • inverz létezéséhez elég az egyik feltétel, inverz kiszámítása elemi sorműveletekkel, inverz tulajdonságai ► szorzat inverze • az invertálhatóság és az egyenletrendszerek megoldhatósága (3.53) • diagonális és permutációs mátrixok, kigyók, háromszögmátrixok, szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok, az ezek közti műveletek • LU-felbontás, egyenletrendszer megoldása, mátrix invertálása LU-felbontással, LU- és PLU-felbontás előállításai

4. Alterek: • lineáris függetlenség és összefüggőség, lineáris függetlenség szükséges és elégséges feltétele, homogén lineáris egyenletrendszer és az oszlopvektorok lineáris függetlensége • elemi sorműveletek hatása a sor- és oszlopvektorokra (4.6, 4.7) • bázis, vektor koordináták alakja • bázistétel (4.16) • dimenzió és rang ► dimenziótétel (sortér és nulltér dimenziója, 4.21) • sortér és nulltér mérőlegessége • áttérés másik bázisra, bázistranszformáció (4.26)

5. Lineáris leképezések: • egy mátrixszal való szorzás tulajdonságai (4.31) • lineáris leképezés, példák (differenciáloperátor, határozott integrál), lineáris leképezések mátrixa • forgatás, tükrözés, vetítés mátrixának felírása

6. Determináns: • vektorok által kifeszített paralelogramma előjeles területe, ill. paralelepipedon előjeles térfogata • *determináns* • elemi mátrixok, permutációs és háromszögmátrixok determinánsa • determináns értékének kiszámítása • műveletek determinánsokon, determinánsok szorzásszabálya • 0 értékű determináns (4.51, 4.53) • determináns, mint kigyók determinánsainak összege (Sarrus-szabály) • előjeles al-determináns, kifejtési tétel • Cramer szabály és mátrix inverzének elemei (inverz előállításai előjeles al-determinánsokkal) ► *Vandermonde-determináns* értékének kiszámítása

7. Sajátérték, sajátvektor: • *sajátérték*, *sajátvektor*, *sajátaltér* ► sajátvektorok alterei (5.3) • *karakterisztikus*

egyenlet/polinom • különböző sajátértékekhez tartozó sajátvektorok lin. függetlensége ► mátrix invertálhatósága és a 0 sajátérték • háromszögmátrix sajátértékei, $\det(\mathbf{A})$ kiszámítása sajátértékekkel • mátrix hatványainak sajátértékei, mátrix hatványainak hatása sajátvektorok lineáris kombinációján • hasonlóság, diagonalizálhatóság ► diagonalizálhatóság szükséges és elégséges feltétele ► hasonló mátrixok karakterisztikus polinomja, determinánsa azonos • *szimmetrikus mátrixok* sajátértékei, főtengetlytétel

8. Vektortér: • a vektortér, altér, példák vektortérré • euklideszi tér

9. Parciális deriváltak (Thomas 14.): • *többszörös* függvények • tartomány belső és határpontja, nyílt, zárt, korlátos tartomány • szintvonal, szintfelület • kétváltozós függvény határértéke és folytonossága (14.2) • két-út vizsgálat határérték nemlétezésének igazolására • összetett függvény folytonossága • *parciális derivált* (14.3) • a parciális derivált létezéséből nem következik a függvény folytonossága (8P) • magasabbrendű parciális deriváltak • vegyes parciális deriváltak egyezése (2T) • kétváltozós függvény deriváltja (281.o) • függvény diffrhatóságának elégséges feltétele (3T és következménye) ► a diffrhatóságból következik a folytonosság (281.o) • láncszabály (5T, 6T, 7T), implicit differenciálás (8T) • *iránymenti derivált* ► iránymenti derivált kiszámítása (9T) ► az iránymenti derivált tulajdonságai (max, min, nulla változás irányai) • *érintősík*, normálegyenes, érintősík egyenlete • *linearizáció* (303.o) • *teljes differenciál*

10. Szélsőérték (Thomas 14.7): • helyi max/min • parciális deriváltak viselkedése szélsőérték helyen • kritikus pont, nyeregpont • szélsőérték keresése második deriváltakkal (11T) • absz. szélsőérték korlátos zárt tartományon

11. Taylor-formula: • Taylor-polinom (120.o), Taylor-formula (123.o 22T) • kétváltozós Taylor-formula (336–337.o)

12. Többszörös integrál: • *kettősintegrál* téglalaptartomány (351–352.o) és nem téglalaptartomány felett (347–348.o) • kettősintegrál kiszámítása kétszeres integrállal téglalaptartományon (Fubini-tétel: 1T) és nem téglalaptartományon (Fubini-tétel erősebb alak: 2T) • kettősintegrál határainak felírása • kettősintegrál polárkoordinátákkal ► kör-cikk területe és az r szereplése az $\iint f(r, \theta) r dr d\theta$ képletben (371.o) • *háromasintegrál* (15.4) • *háromasintegrál* henger és gömbi koordinátarendszerben (15.6) • helyettesítés többszörös integráloknál, Jacobi-determináns (403.o)

13. Sorok: • *végtelen sor*, *részletösszeg*, *sor konvergenciája*, *összege* ► mértani sor konvergenciája és összege (81.o) • az n -edik tagon alapuló divergenciateszt (7T) • a tétel megfordítása nem igaz: a harmonikus sor divergens • műveletek sorokkal (sorok összege, különbsége, skalárszorosa: 8T) • integrálkritérium (9T) ► p -sorok konvergenciája (3P) • összehasonlító kritériumok ► hányadoskritérium (12T) • gyökkritérium (13T) • alternáló sorok, Leibniz-tétel (14T), alternáló sor összegének becslése egy részletösszeggel (15T) • *abszolút és feltételes konvergencia* • abszolút konvergens sor konvergens • végtelen sor tagjainak átrendezése

14. Függvénysorok: • *hatványsorok* • hatványsor konvergenciatétele (Abel-tétel, 18T), valós hatványsor konvergenciatartományának alakja • hatványsor konvergenciasugarára • tagonkénti differenciálhatóság (19T), integrálhatóság (20T) • hatványsorok szorzata • Taylor és Maclaurin-sorok • e^x , $\cos x$, $\sin x$ Taylor-sora • binomiális sor ► Euler-formula ($e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$) • Fourier-sor