Szigorlat *2000. június 7.*

1. Számítsuk ki a $\mathbf{v}(x,y,z)=(2x,xy,-z)$ vektor-vektorfüggvény felületmenti integrálját a $z=\dfrac{10}{1+x^2+y^2}$ és a $z=x^2+y^2-8$ felületek által határolt tartomány felszínén, kifelé mutató normálvektorokkal. (*16 pont*)

2. Legyen

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & 0 & -2\end{bmatrix}.$$

a) Adjuk meg az A mátrix összes sajátértékét és a valós sajátértékéhez tartozó sajátvektorait.
b) Számítsuk ki A négyzetének az inverzét.
c) Mutassuk meg, hogy az A mátrix által megadott tenzor az $y+z=0$ síkot önmagába képezi.

(*5+6+3 pont*)

3. Tekintsük az $\mathbf{r}(t)=(3t,1,2t\sqrt{t})$ egyenletű görbét.
a) Mi a $t=t_0$ paraméterű pont merőleges vetülete az $x-z=0$ egyenletű síkon? Adjuk meg a térgörbe merőleges vetületének egyenletét ezen a síkon ugyanezzel a paraméterrel.
b) Ha az $\mathbf{r}(t)$ görbe egy részecske pályája, ahol t az idő, mennyi lesz a részecske vetületének sebessége a $t=9$ időpontban?
c) Adjuk meg az $\mathbf{r}(t)$ görbe ívhosszparaméterezését a $t=0$ paraméterű ponttól kezdve. (*6+3+7 pont*)

4. Oldjuk meg a következő kezdetiérték-problémát:

$$y'''-4y''+4y'=8,\quad y(0)=\alpha,\ y'(0)=2+2\alpha,\ y''(0)=4\alpha.$$

Ha α normális eloszlású valószínűségi változó, 0 várható értékkel és 2 szórással, akkor mennyi a valószínűsége, hogy $y(2)\in(6,8)$? (*10+4 pont*)

Szigorlat *2000. június 7.*

1. Számítsuk ki a $\mathbf{v}(x,y,z)=(2x,xy,-z)$ vektor-vektorfüggvény felületmenti integrálját a $z=\dfrac{10}{1+x^2+y^2}$ és a $z=x^2+y^2-8$ felületek által határolt tartomány felszínén, kifelé mutató normálvektorokkal. (*16 pont*)

2. Legyen

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & 0 & -2\end{bmatrix}.$$

a) Adjuk meg az A mátrix összes sajátértékét és a valós sajátértékéhez tartozó sajátvektorait.
b) Számítsuk ki A négyzetének az inverzét.
c) Mutassuk meg, hogy az A mátrix által megadott tenzor az $y+z=0$ síkot önmagába képezi.

(*5+6+3 pont*)

3. Tekintsük az $\mathbf{r}(t)=(3t,1,2t\sqrt{t})$ egyenletű görbét.
a) Mi a $t=t_0$ paraméterű pont merőleges vetülete az $x-z=0$ egyenletű síkon? Adjuk meg a térgörbe merőleges vetületének egyenletét ezen a síkon ugyanezzel a paraméterrel.
b) Ha az $\mathbf{r}(t)$ görbe egy részecske pályája, ahol t az idő, mennyi lesz a részecske vetületének sebessége a $t=9$ időpontban?
c) Adjuk meg az $\mathbf{r}(t)$ görbe ívhosszparaméterezését a $t=0$ paraméterű ponttól kezdve. (*6+3+7 pont*)

4. Oldjuk meg a következő kezdetiérték-problémát:

$$y'''-4y''+4y'=8,\quad y(0)=\alpha,\ y'(0)=2+2\alpha,\ y''(0)=4\alpha.$$

Ha α normális eloszlású valószínűségi változó, 0 várható értékkel és 2 szórással, akkor mennyi a valószínűsége, hogy $y(2)\in(6,8)$? (*10+4 pont*)