

Bevezető matematika, 2. zárthelyi dolgozat, **A** csoport

2022. november 9. szerda

Munkaidő: 50 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: _____ Neptun-kód: _____ Csoport: _____

1.: _____ 2.: _____ 3.: _____ 4.: _____ 5.: _____ Összpontszám: _____

Feladatok

1. feladat (10 pont) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\frac{3}{x+2} > \frac{1}{x-4}$$

2. feladat (10 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \frac{\sqrt{16^{x+4}}}{8^{x+1}} = 4^{x+2}$$

3. feladat (5+5 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet és egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

a) $\log_4(\log_3(\log_2 x)) = 0$

b) $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > 1$

4. feladat (10 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0, 2\pi]$ zárt intervallumon:

$$2 \cos^2 x + 3 \sin x = 3$$

5. feladat (10 pont)

Egy pozitív számokból álló mértani sorozat második és negyedik tagjának szorzata 16, első és hetedik tagjának szorzata 64. Mennyi a sorozat első 5 tagjának összege?

Bevezető matematika, 2. zárthelyi dolgozat, **B** csoport

2022. november 9. szerda

Munkaidő: 50 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: _____ Neptun-kód: _____ Csoport: _____

1.: _____ 2.: _____ 3.: _____ 4.: _____ 5.: _____ Összpontszám: _____

Feladatok

1. feladat (10 pont) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\frac{5}{x-3} < \frac{1}{x+1}$$

2. feladat (10 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot \frac{\sqrt{64^{x+2}}}{16^x} = 8^{x+1}$$

3. feladat (5+5 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet és egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

a) $\log_9(\log_2(\log_3 x)) = 0$

b) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 1$

4. feladat (10 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0, 2\pi]$ zárt intervallumon:

$$2 \cos^2 x - 3 \sin x = 3$$

5. feladat (10 pont)

Egy pozitív számokból álló mértani sorozat első és negyedik tagjának szorzata 8, második és ötödik tagjának szorzata 32. Mennyi a sorozat első 6 tagjának összege?

Eredmények

A csoport

1. feladat: $-2 < x < 4$ vagy $x > 7$

2. feladat: $x = \frac{1}{4}$

3. feladat: a) $x = 8$ b) $2 < x < \frac{5}{2}$

4. feladat: $x_1 = \frac{\pi}{6}$, $x_2 = \frac{\pi}{2}$, $x_3 = \frac{5\pi}{6}$

5. feladat:

$$a_2 a_4 = (a_1 q) (a_1 q^3) = a_1^2 q^4 = 16$$

$$a_1 a_7 = a_1 (a_1 q^6) = a_1^2 q^6 = 64$$

$$\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow a_1 = 1, q = 2, \text{ mivel a sorozat pozitív tagú.}$$

$$\text{Az első 5 tag összege: } S_5 = a_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 31$$

B csoport

1. feladat: $x < -2$ vagy $-1 < x < 3$

2. feladat: $x = \frac{1}{6}$

3. feladat: a) $x = 9$ b) $1 < x < \frac{4}{3}$

4. feladat: $x_1 = \frac{7\pi}{6}$, $x_2 = \frac{3\pi}{2}$, $x_3 = \frac{11\pi}{6}$

5. feladat:

$$a_1 a_4 = a_1 (a_1 q^3) = a_1^2 q^3 = 8$$

$$a_2 a_5 = (a_1 q) (a_1 q^4) = a_1^2 q^5 = 32$$

$$\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow a_1 = 1, q = 2, \text{ mivel a sorozat pozitív tagú.}$$

$$\text{Az első 6 tag összege: } S_6 = a_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 63$$