

Új eredmények a nem teljesen kitöltött páros összehasonlítás mátrixok témájában (2. rész)

A módszertan alkalmazása a 2010-es sakkolimpia eredményeire

Csató László

laszlo.csato@uni-corvinus.hu

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

BME Differenciálegyenletek Tanszék
Optimalizálás szeminárium

2013. február 21.

Problémák, motiváció

„Ha hozzászoktunk ahhoz, hogy állandóan a szigorú és abszolút igazságot keressük, érzékeink eltompulnak olyan dolgok iránt, melyek nem azok; éles fényhez szokott szem nem észleli a gyenge megvilágítás fokozatait, és merő sötétséget lát ott is, ahol pedig van némi világosság.”

(Jean le Rond d'Alembert)

Sportversenyek végeredménye: általános nehézségek

- Körkörös preferenciák: A jobb B -nél, B jobb C -nél, de C jobb A -nál
- Hiányos egymás elleni (páronkénti) eredmények
- „Ellenfelek” jelentősége

Alkalmazott módszertan

- Nem teljesen kitöltött páros összehas. mátrix „objektív” adatokkal
- Optimális \mathbf{w} súlyvektor számítása
- Játékosok rangsorolása a koordináták alapján:
 i nem rosszabb j -nél $\Leftrightarrow w_i \geq w_j$

Megoldási lehetőségek (Bozóki–Fülöp–Rónyai 2010)

Sajátvektor módszer (EM)

- Hiányzó elemek helyett változók: $\mathbf{A}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} > \mathbf{0}$
- Perron sajátérték $\lambda_{\max} \geq n$ mérheti az inkonzisztenciát
- Optimális kitöltés: $\min \lambda_{\max}[\mathbf{A}(\mathbf{x})]$

Súlyozott logaritmikus legkisebb négyzetek módszere ($WLLSM$)

M súlymátrix: $m_{ij} = m_{ji} \geq 0$ (itt $m_{ij} = 1$) és $m_{ij} = 0 \Leftrightarrow a_{ij}$ ismeretlen

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} \left[\log(a_{ij}) - \log\left(\frac{w_i}{w_j}\right) \right]^2$$

Számítás

- Egyértelmű megoldás pontosan akkor, ha a G gráf összefüggő
- EM : többváltozós konvex optimalizálási feladat (3. rész) 😞
- $WLLSM$: lineáris egyenletrendszer 😊

Svájci rendszerű sakk csapatversenyek

Főbb jellemzők

- Körmérkőzéses verseny sok (akár 150) résztvevővel
- Nincs lehetőség minden összehasonlítás elvégzésére
- Párosító algoritmus alapelve: mérkőzések „hasznló” csapatok között

Verseny lebonyolítása

- Minden mérkőzés $2k, k \in \mathbb{N}$ táblán, nincs világos-sötét probléma
- Kiosztandó $2k$ táblapont, majd 1 mérkőzéspont

Hivatalos sorrend alapjai

- Szinte mindig lexikografikus rendezés
- TB1: mérkőzéspontok összege
- TB2: táblapontok összege
- Gyakran vitatott végső sorrend (torzítás)

Csató, L.: Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments, *CEJOR*, 2012.

Vizsgált probléma

- 39. férfi (open) sakkolimpia
2010. szeptember 20. – október 4. Hanti-Manszijszk (Oroszország)
- 149 résztvevő csapat, a többség (144) 11 mérkőzést játszott
- Hivatalos sorrend a *TB1*-en alapuló lexikografikus rendezés

Kitöltöttség

- Gráf összefüggősége nem probléma (a lebonyolítás módja miatt) –
LLSM automatikusan ellenőrzi
- Kevés ismert elem: 11026-ból 810 (7.3%)

Alkalmazott módszerek

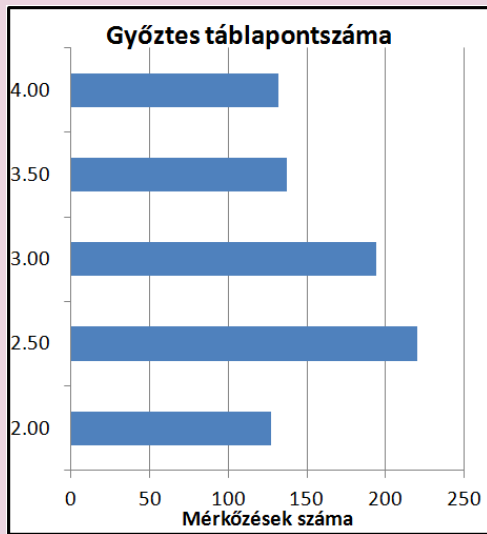
- Logaritmikusan legkisebb négyzetek súlyozás nélkül (*LLSM*)
- Sajátvektor módszer időigényes és hasonló eredményt ad

Eredmények transzformációja

- Minden csapatban 4 játékos szerepel, $k = 2$
- Minden mérkőzésen 4 táblapont, eredmény 0-4, 0.5-ös lépésközzel

Pont	A	B	C	D
0	1/5	1/8	1/3	1/5
0.5	1/4	1/6	2/5	1/4
1	1/3	1/4	1/2	2/7
1.5	1/2	1/2	2/3	1/3
2	1	1	1	1
2.5	2	2	1.5	3
3	3	4	2	3.5
3.5	4	6	2.5	4
4	5	8	3	5

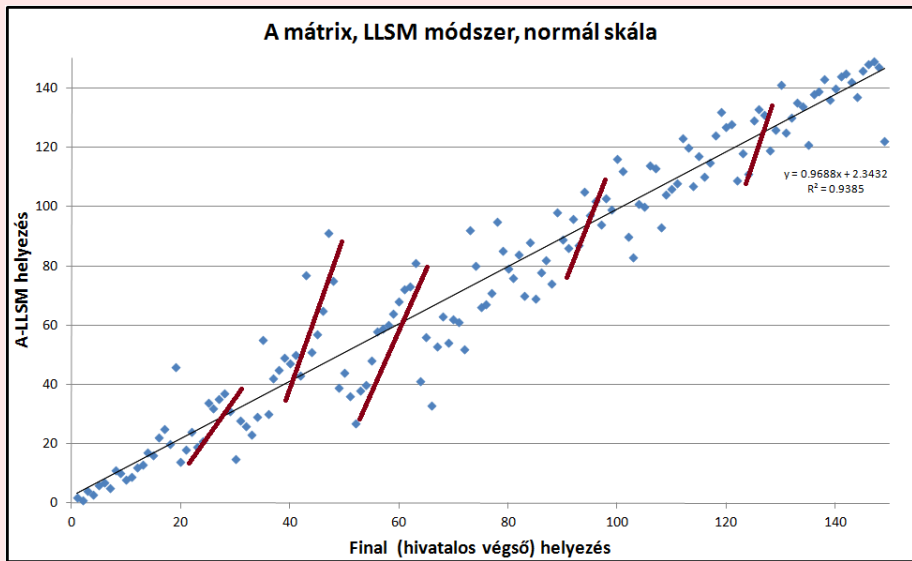
Az eredmények eloszlása



Hivatalos végeredmény

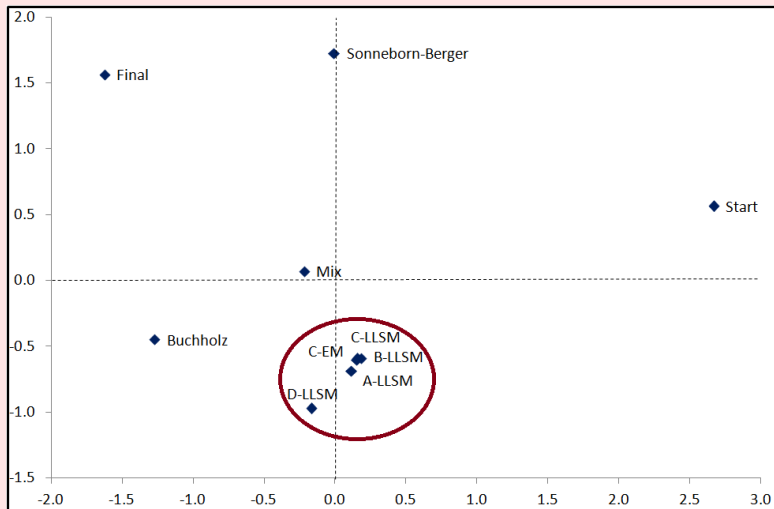
Helyezés	Csapat	+	=	-	TB1	TB2	TB3	TB4
1	Ukraine	8	3	0	19	380.5	31	143
2	Russia 1	8	2	1	18	379.5	28	157
3	Israel	7	3	1	17	367.5	29	148
4	Hungary	8	1	2	17	355.5	26.5	157
5	China	7	2	2	16	362	29	147
6	Russia 2	8	0	3	16	355	29.5	144
7	Armenia	7	2	2	16	345	27	147
8	Spain	7	2	2	16	332	28.5	137
9	U. S. of America	7	2	2	16	315.5	27	141
10	France	6	4	1	16	311.5	25	149
11	Poland	6	3	2	15	346.5	29	142
12	Azerbaijan	6	3	2	15	333	28	143
13	Russia 3	5	5	1	15	320.5	26	144
14	Belarus	7	1	3	15	307.5	27.5	135
15	Netherlands	6	3	2	15	305	24.5	144

Rangsorok kapcsolata I.



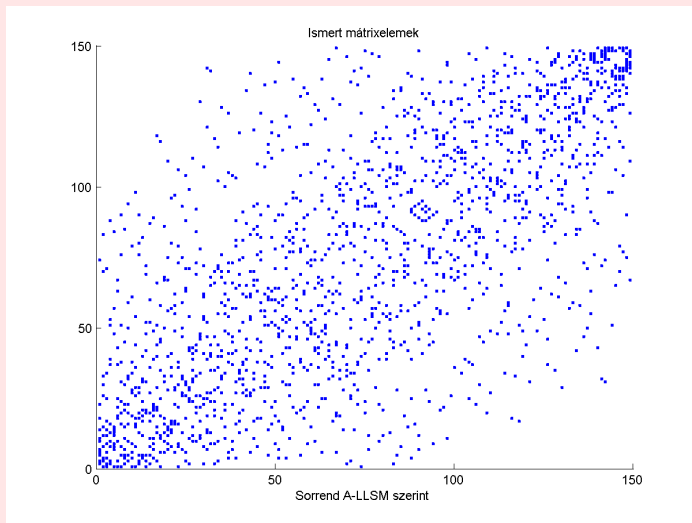
Rangsorok kapcsolata II.: MDS térkép

- Log-euklideszi távolságok kétdimenziós leképezése
- Start – kezdeti rangsor az Élő-pontok alapján
- Final – hivatalos végső sorrend



A verseny érdekességei

- Súlyok arányai jelentős mértékben különböznek
- Több mint 4-szeres nagyságrendi eltérés
- Mérkőzések medián távolsága **19**
- Értelmezhető sűrűsödési intervallumok



Továbbfejlesztés: *LLSM* mint rekurzív Buchholz

Eredmények transzformációja

- Bináris: győzelem $\kappa > 1$, döntetlen 1, vereség $1/\kappa < 1$
- *SI* (Scale invariance) tulajdonság: a *WLLSM*-ből kapott **rangsor** független a konkrét κ értéktől
- *TB1* kiterjesztése: ellenfelek, ellenfelek ellenfeleinek stb. ereje is számít
- *SCC* tulajdonság: ideális round-robin versenyre azonos *TB1*-gyel
- Analóg módon választható általánosított *TB2* (h táblapont $\Rightarrow \kappa^{h-k}$)

Kiválasztott példa

- 18. sakkcsapat Európa-bajnokság
2011. november 3-11. Porto Carras (Görögország)
- Résztvevők: 38 férfi csapat
- Összesen 9 kör, „tökéletes” lebonyolítás
- Mérkőzések száma: $9 \times 19 = 171$ ismert elem a 703-ból (24.3%)

Hivatalos és számított sorrend

Rank	Team	+	=	-	TB1	LLSM
1	Germany	7	1	1	15	2
2	Azerbaijan	6	2	1	14	1
3	Hungary	5	3	1	13	6
4	Armenia	6	1	2	13	5
5	Russia	6	1	2	13	3
6	Netherlands	5	2	2	12	8
7	Bulgaria	5	2	2	12	4
8	Poland	4	3	2	11	16
9	Romania	5	1	3	11	12
10	Spain	5	1	3	11	7
11	Italy	5	1	3	11	9
12	Serbia	5	0	4	10	21
13	Georgia	4	2	3	10	27
14	Israel	4	2	3	10	15
15	Ukraine	4	2	3	10	11
16	Czech Rep.	3	4	2	10	14
17	Slovenia	4	2	3	10	13
18	Moldova	4	1	4	9	20
19	France	3	3	3	9	10

Gyakorlati alkalmazhatóság

- Közvélemény (és játékosok) számára nehezen érthető
- Lehetőséget adhat az eredmények befolyásolására (*NNRB*, *WCM*)
- Egyszerű számítás, kedvező tulajdonságok
- Súlyozás lehetősége biztosított

Felmerülő problémák

- Szimmetria hiánya, „hazai pálya” előnye
- Bizonytalan átkódolás a megfelelő skálára, *LLSM* és *EM* eltérése
- Mérkőzések eltérő száma problémát okozhat (*SCM*)

Értékelés

- Rangsorok közötti különbségek jól magyarázhatók (Dánia, Zambia)
- A jelenleg alkalmazott rendszer erősen kritizálható

„Nem méltatjuk eléggé Newton csodálatra méltó szabályát, mely szerint nem kell tekintetbe venni több okot, mint amennyi a megfigyelt jelenség megmagyarázásához szükséges; de ez a szabály magában foglalja azt is, hogy viszont tekintetbe kell venni minden egyes okot, amire a magyarázathoz valóban szükség van.”

(Thomas R. Malthus: *A politikai gazdaságtan elvei tekintettel gyakorlati alkalmazásukra*, 1820)

Köszönöm a figyelmet!

(Következik a 3. rész!)

