

Andai Attila

TDK, BSc, MSc Témák
2022. november 16.

MI AZ INFORMÁCIÓGEOMETRIA?

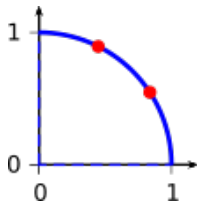
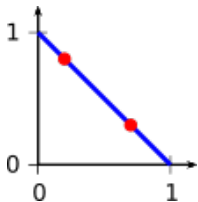
Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

MI AZ INFORMÁCIÓGEOMETRIA?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.
Mekkora a $(p_1, 1 - p_1)$ és $(p_2, 1 - p_2)$ érmék távolsága?

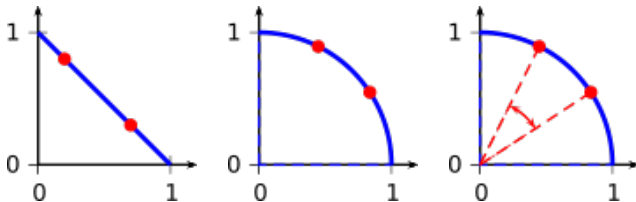
MI AZ INFORMÁCIÓGEOMETRIA?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.
Mekkora a $(p_1, 1 - p_1)$ és $(p_2, 1 - p_2)$ érmék távolsága?



MI AZ INFORMÁCIÓGEOMETRIA?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.
Mekkora a $(p_1, 1 - p_1)$ és $(p_2, 1 - p_2)$ érmék távolsága?



1925-ben Fisher a $(\sqrt{p_1}, \sqrt{1 - p_1})$ és $(\sqrt{p_2}, \sqrt{1 - p_2})$ vektorok által bezárt szöget javasolta távolságnak.

Fisher + Rao:

Fisher-információ(s mátrix) Riemann-metrikának tekinthető:

INFORMÁCIÓGEOMETRIA

PÉLDA: NORMÁLIS ELOSZLÁS

A paraméterter $\Xi = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$, a paraméterezett sűrűségfüggvény

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right), \quad (\mu, \sigma) \in \Xi.$$

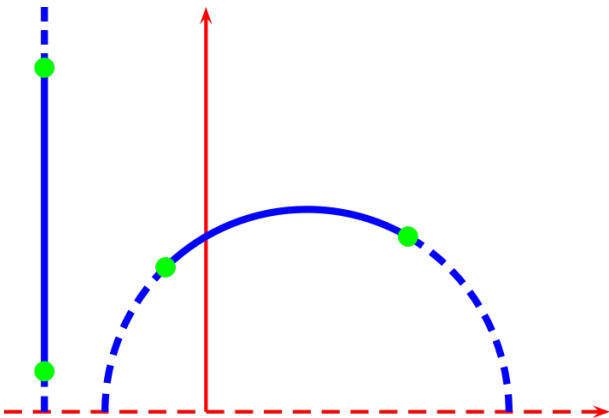
A (μ, σ) koordinátarendszerben a **Fisher információ**(s mátrix)

$$(g_{ik}^{(F)}) = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sigma^2} \end{pmatrix}.$$

A $(\Xi, g^{(F)})$ más néven: *hiperbolikus sík*.

PÉLDA: NORMÁLIS ELOSZLÁS

Ebben a geometriában a geodetikusok olyan félkörök, melyek középpontja a $\sigma = 0$ egyenesen van és a $\mu =$ állandó félegyenesek.



Feladat:

Választott paraméteres sűrűségfüggvények terének geometriai vizsgálata a Fisher-információ segítségével.

Feladat:

Választott paraméteres sűrűségfüggvények terének geometriai vizsgálata a Fisher-információ segítségével.

Fisher-információ (tanuló) neuronhálókon.

INFORMÁCIÓGEOMETRIA A KVANTUMMECHANIKÁBAN

Filozófiai háttér: Nemkommutatív (kvantum) -
információgeometria.

INFORMÁCIÓGEOMETRIA A KVANTUMMECHANIKÁBAN

Filozófiai háttér: Nemkommutatív (kvantum) - információgeometria.

Vizsgálandó területek:

- határozatlansági relációk;
- kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
- állapottér speciális részalmazainak a térfogata.

INFORMÁCIÓGEOMETRIA A KVANTUMMECHANIKÁBAN

Filozófiai háttér: Nemkommutatív (kvantum) - információgeometria.

Vizsgálandó területek:

- határozatlansági relációk;
- kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
- állapottér speciális részalmazainak a térfogata.

Eszközök: $n \times n$ -es mátrixok algebrája, mátrixanalízis számítógépes szimuláció.

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)

A. Sauer, Zs. Bernád, H. Moreno, G. Alber:

Entanglement in bipartite quantum systems: Euclidean volume ratios and detectability by Bell inequalities

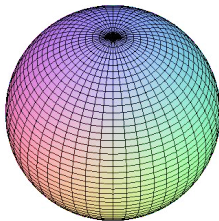
(J.Phys.A 54 (2021) 49, 495302, J.Phys.A 55.)

2021-ben a Darmstadti Műszaki Egyetem szuperszámítógépén
végzett numerikus kísérletek alapján.

(3.148 PFlop/s, 257 TByte RAM)

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

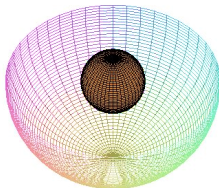
Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



Az állapottér.

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

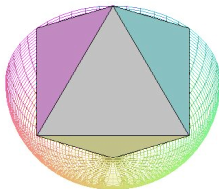
Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



Szeperált állapotok az állapottérben. $\frac{V_{szep}}{V} \rightarrow 0$.

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

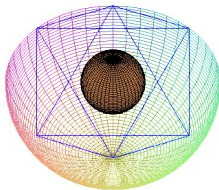
Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



Állapotok, melyekről nem tudjuk bizonyítani, hogy
összefonódottak.
(Bell politóp.)

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



$$\frac{V - V_{Bell}}{V} \rightarrow 0!$$

REPREZENTÁCIÓELMÉLET

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

REPREZENTÁCIÓELMÉLET

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria \implies állapotegyenlet.

REPREZENTÁCIÓELMÉLET

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria \implies állapotegyenlet.

Galilei-csoport \implies tömeg, spin, Schrödinger egyenlet;

Poincare-csoport \implies tömeg, spin, Dirac-egyenlet, Maxwell-egyenlet.

REPREZENTÁCIÓELMÉLET

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria \implies állapotegyenlet.

Galilei-csoport \implies tömeg, spin, Schrödinger egyenlet;

Poincare-csoport \implies tömeg, spin, Dirac-egyenlet, Maxwell-egyenlet.

Eszközök: Mackey-féle reprezentációs tétel, $n \times n$ -es mátrixok részcsoportja (n kicsi).

Vizsgálandó területek: egy adott szimmetriához milyen hullámgörvénylet tartozik.

K-ELMÉLET

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

K-ELMÉLET

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

K-ELMÉLET

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

Eszközök: Kis méretű mátrixok sé-ei, sv-ai, rendezett csoportok.

Vizsgálendő területek: véletlenszerűen generált végtelen dimenziós algebrákról mit mondhatunk.

ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

Eszközök: \mathbb{R}^4 -en diffgeo, Maple, Riemann-geometria alapjai.

Vizsgálandó területek: Időutazás lehetőségei különböző téridő modellekben, vákuumbeli Maxwell-egyenletek megoldásai.

ELMÚLT 2 ÉV SIKERES EGYÜTTMŰKÖDÉSEI

TDK:

Szondi Máté: *A kvantummechanikai állapottér egy felbontása által indukált geometria.* 2022.

Fitos Bence: *A gömbfelület kvantumos elemi részecskéinek meghatározása reprezentációelmélet alkalmazásával.*

TDK II. helyezés, Matematika különdíj, 2021.

Szakedolgozat:

Székely Ákos: *Indukált ábrázolások és a Mackey-féle imprimitivitás-tétel.* 2021.

Nicha Khenkhok: *Convergence Theorems for Integrals through Product Measure.* 2021.

Mészáros Botond: *Determinisztikus rendszerek modellterének redukálása nemlineáris időfejlődés esetében.* 2022.

ÖSSZEFOGLALÓ

TDK, BSc, MSc szinten:

- klasszikus információgeometria
- nemkommutatív/kvantum információgeometria
- reprezentáció elmélet
- C*-algebrák
- K-elmélet
- reprezentációelmélet
- áltrel
- Feynman-gráfos számolgtások
-

Köszönöm a figyelmet!

