

Matematika A3 villamosmérnököknek 2. gyakorlat

Magasabbrendű differenciálegyenletek

I. Oldjuk meg az $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre felírt homogén állandó együtthatós differenciálegyenleteket és adott esetben a kezdeti érték problémákat.

1. $y'' + 5y' - 6y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 8$
2. $y'' + 4y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 2$
3. $y'' - 9 = 0$ $y(0) = 2, y'(0) = 12$
- 4*. $y''' + y'' + y' + y = 0$

II. Oldjuk meg az $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre felírt inhomogén másodfokú állandó együtthatós differenciálegyenleteket.

1. $y''(x) - 9y(x) = 10e^{2x}$
2. $y''(x) + 4y(x) = 3 \sin x$
3. $y'''(x) = 12$
4. $y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 10 \cos 2x$
5. $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 2e^x$
- 6*. $m\ddot{x} + k\dot{x} + Dx = 0$ $m, k, D \in \mathbb{R}^+$
- 7*. $y''(x) + \omega^2 y(x) = k \cos \beta x$ $\omega, k, \beta \in \mathbb{R}^+$

Differenciálegyenletrendszerek

I. Oldjuk meg az alábbi $x_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, 3$) függvényre felírt differenciálegyenletrendszereket.

1. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + 4x_2 \\ \dot{x}_2 = 4x_1 - 3x_2 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -3x_1(t) + 4x_2(t) + 7t & x_1(0) = -1 \\ \dot{x}_2(t) = 4x_1(t) - 3x_2(t) - 1 & x_2(0) = 1 \end{cases}$
- 4*. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_3 \\ \dot{x}_3 = x_2 \end{cases}$
- 5*. $\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 4x_1(t) + x_2(t) - e^{2t} \\ \dot{x}_2(t) = -2x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$
- 6*. $\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) - \cos t \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) + \sin t \end{cases}$

II*. Legyen $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \in \mathbb{R}^3$ tetszőleges vektor. Keressük meg azokat az $x \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^3)$ függvényeket melyekre

$$\dot{x} = \omega \times x$$

teljesül.