

Számítási módszerek a fizikában 1, 7. hét

I. Legyen az $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ lineáris leképezés mátrixa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Határozzuk meg az A magterét, képterét és rangját.

II. Mátrixhatványok.

1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok k -adik ($k \in \mathbb{N}$) hatványát.

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$$

2. Egy A mátrix esetén legyen

$$e^A := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!}.$$

Számítsuk ki az e^A mátrixot, ha az A mátrix a következő alakú, valamilyen $t \in \mathbb{R}$ valósra.

$$\begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 2t \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & t \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & t \\ -t & 0 \end{pmatrix}$$

III. Mely $a, b \in \mathbb{R}$ paraméterek esetén lesz az alábbi mátrixok rangja 1, 2, illetve 3?

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ b & 0 & a \\ a & b & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & 1 & b \\ 4 & a & b \\ 3a & b+3 & 0 \end{pmatrix}$$