

Matematika MC, 3. hét

Függvények

I. Tekintsük az $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazt, valamint a $\varphi : A \rightarrow B$, $\varphi = \{(a, 4), (c, 2), (d, 4), (e, 9)\}$ függvényt. Adjuk meg a $\text{Dom } \varphi$, $\text{Ran } \varphi$ halmazokat és $\varphi(a)$ értékét. Injektív-e a φ függvény?

II. Az alábbiakban adott f és g függvény esetén írjuk fel az $f \circ g$ és a $g \circ f$ függvényeket. Határozzuk meg az $f \circ g$ függvény értelmezési tartományát.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)$; $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2$
2. $f, g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = g(x) = \frac{1}{x^2}$
3. $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$; $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \lg(x)$
4. $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$; $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2^x$

III. Adja meg az alábbi függvények értelmezési tartományát.

1. $x \mapsto \sqrt{3x - x^2} - 2$
2. $x \mapsto \lg(x) + \sqrt{-x}$
3. $x \mapsto \frac{\sin(x)}{4 - 2x^2}$
4. $x \mapsto \log_x(2) + \sqrt{1 - x^2}$

IV. Az alábbi függvények közül melyek injektívek?

1. $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 2^x$
2. $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = |x| + 2x$
3. $h : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 - 4x$