

# Matematika MC, 11. hét

## Eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény

I. Tegyük fel, hogy olyan pénzérmével végzünk kísérleteket, amelyiket feldobva a fej valószínűsége  $p$ , valamilyen rögzített  $0 < p < 1$  érték mellett.

1. Jelölje  $X$  azt a valószínűségi változót, melynek értéke 0 ha fejet kapunk és 1, ha írást ha a pénzérmét egyszer feldobjuk. Adjuk meg  $X$  eloszlásfüggvényét.
2. Jelölje  $Y$  azt a valószínűségi változót melynek értéke megmutatja, hogy háromszor feldobva az érmét hányszor kapunk írást. Adjuk meg  $Y$  eloszlásfüggvényét.

II. Mely  $c \in \mathbb{R}$  paraméter esetén lesz

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} cx^2, & \text{ha } x \in [0, 1]; \\ 0, & \text{ha } x \notin [0, 1] \end{cases}$$

valószínűség sűrűségfüggvény? Amennyiben  $f$  az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvénye, határozzuk meg  $X$  eloszlásfüggvényét és a  $P\left(X < \frac{1}{2}\right)$  valószínűséget.

III. A Ketyeregyár méltán hírhedt híres termékei  $p = 0,2$  valószínűséggel gyártási hibásak. Hány terméket kell vásárolni a boltban ahhoz, hogy közöttük 97%-os valószínűséggel legyen kettő jó?

IV. Feltételes valószínűség.

1. Egy bizonyos vírus jelenlétének kimutatására vértesztet alkalmaznak. A teszt előzetes vizsgálatok alapján 1000 fertőzöttből 998 esetben mutat pozitív eredményt. Különböző okokból azonban 100 nem fertőzöttből 5 esetben pozitívat mutat, azaz tévesen riaszt. Becslések szerint egy nagyváros lakói közül legfeljebb egy ezrelék lehet az adott vírussal fertőzött.
  - Mekkora annak az esélye, hogy valakinek pozitív a tesztje és tényleg fertőzött?
  - Mekkora annak az esélye, hogy valakinek negatív a tesztje és tényleg nem fertőzött?
2. Hazánkban a népesség 4%-a cukorbeteg. Egy nem teljesen pontos gyorseszteszt szolgál a betegség felismerésére. A teszt a cukorbetegek 95%-ánál ad pozitív jelzést, és az egészségesek 2%-ánál szintén pozitív jelzést ad.
  - Mekkora annak az esélye, hogy valakinek a tesztje pozitív?
  - Mekkora annak az esélye, hogy valakinek a teszt pozitív, de a személy egészséges?
  - Mekkora valószínűséggel téved a teszt?
3. Az orvos tudja azt, hogy az agyhártyagyulladás az esetek kb. 50%-ában nyakmerevedést okoz a betegeknél és annak valószínűsége, hogy egy beteg agyhártyagyulladást kap,  $1/50000$ , míg annak a valószínűsége, hogy egy betegnek merev a nyaka  $1/20$ . Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy nyakmerevedésről panaszkodó betegnek agyhártyagyulladása van?