

Számítási módszerek a fizikában 1.
Írásbeli vizsgadolgozat
2023. 12. 24.

Név:
Neptun kód:

1.	2.	3.	Σ :

I. Minimumkövetelmény.

(12×3 pont)

1. Írja le hogyan számolható ki az $u = a + bi$ és a $v = c + di$ algebrai alakban adott komplex számok szorzata.

2. Írja le a χ függvény definícióját.

3. Hogyan illeszthető Lagrange féle interpolációs polinom az $(x_i, y_i)_{i=1, \dots, n}$ pontokra?

4. Hogyan írható fel az egyenes az \mathbb{R}^3 térben?

5. Mit jelent, hogy vektorok egy $(v_i)_{i \in I}$ rendszere bázis a V vektortérben?

6. Írja le a Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenséget.

7. Mit jelent, hogy egy A mátrix normális?

8. Hogyan definiáltuk az A $n \times n$ -es mátrix determinánsát?

9. Mit jelent, hogy egy A mátrixnak a $\lambda \in \mathbb{C}$ szám sajátértéke?

10. Mit jelent, hogy \mathcal{A} egységelemes algebra?

11. Írja le a Riesz-féle reprezentációs tételt.

12. Mit jelent, hogy az $A : V \rightarrow V$ leképezésre $0 \leq A$ teljesül, ahol $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ skalárszorzatos tér?

Számítási módszerek a fizikában 1.

Írásbeli vizsgadolgozat

2023. 12. 24.

Név:

Neptun kód:

II. Vektorszámítás.

(5×5 pont)

- Adja meg az $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 3, 4)$ és a $C = (1, 4, 2)$ pontokat tartalmazó sík egyenletét.
- Mekkor az $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 3, 4)$ és a $C = (1, 4, 2)$ csúcspontokkal rendelkező háromszög területe?
- Legyen $a = (1, 3, -2)$ és $b = (2, 4, 8)$ az euklidészi \mathbb{R}^3 térben. Adja meg az $a \times b - \frac{\langle a, b \rangle}{3}a + 2b$ vektort.
- Határozza meg a $2 \log(1 + i)$ szám algebrai alakját.
- Adja meg az $x = (1, 1, 1)$ és az $y = (1, -1, 1)$ vektorok által bezárt szöveget az \mathbb{R}^3 térben, ha a skaláris szorzást az alábbi formulával értelmezzük.

$$\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = 5x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3$$

III. Mátrixszámítás.

(5×5 pont)

- Határozza meg az $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsát.
- Számolja ki a $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix inverzét.
- Adja meg a $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix spektrálfelbontását.
- Legyen $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Számolja ki a $\cos\left(\frac{D\pi}{2}\right)$ mátrixot.
- Az $a, b \in \mathbb{R}$ paraméterek mely értéke esetén lesz az alábbi egyenletrendszernek nulla, egy, illetve végtelen sok megoldása?

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 3y - bz = a \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}$$