

Minimumkövetelmény

Számítási módszerek a fizikában 1, 2023/24 I. félév

- 1. Komplex számok.** Komplex számok összege, különbsége, szorzata és hányadosa. Komplex szám valós és képzetes része, konjugáltja, valamint abszolút értéke. Az \exp , \sin , \cos , \sinh , \cosh függvény definíciója hatványsorral. A \tanh és a \tanh^{-1} definíciója. Euler-formula. Komplex szám algebrai, trigonometrikus alakja és exponenciális alakja. Komplex számok szorzása és hatványozása exponenciális alakban. Komplex szám logaritmusa.
- 2. Polinomok.** Polinomok definíciója. Az algebra alaptétele. Polinomok maradékos osztása. Lagrange-interpoláció.
- 3. Térgeometria.** Az \mathbb{R}^3 térben: az egyenes és a sík egyenlete. Kronecker-delta és a Levi-Civita-szimbólum.
- 4. Vektorterek.** Absztrakt vektortér fogalma az \mathbb{R} és a \mathbb{C} számtest felett. Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége és lineáris burka. Lineáris altér. Bázis. Vektortér dimenziója. Skaláris szorzás. Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség. Riesz-féle reprezentációs tétel véges dimenziós skalárszorzos téren. Vektorok által bezárt szög. Norma. Gram–Schmidt-ortogonalizáció. Ortogonális, normált, ortonormált és teljes vektorrendszer. Pitagorasz-tétel véges dimenzióban.
- 5. Lineáris leképezések és mátrixok.** Lineáris leképezés. Lineáris leképezés képtere, magtere és rangja. Dimenziótétel. Négyzetes mátrix nyoma, adjungáltja és determinánsa. Invertálhatóság jellemzése determinánssal. Mátrixok speciális típusai: önadjungált, normális, ortogonális, unitér, projekció és idempotens. Pozitív/negatív, pozitív/negatív definit és indefinit leképezés.
- 6. Spektrum.** Algebra, egységelemes algebra definíciója. Elem spektruma egységelemes algebrában. Jacobson-lemma. Lineáris leképezés sajátértéke és sajátvektora. Normális operátor spektrálfelbontása.
- 7. Pozitív operátorok, rang és Sylvester-tétel.** Operátor pozitivitásának ekvivalens megfogalmazásai. Rendezés az önadjungált operátorokon. Az n -monoton és az operátormonoton függvény fogalma. Sylvester tétele.