Vizsgatematika

Vektorterek a fizikában, BMETE92MM21, 2023/24 I. félév

Alapfogalmak.

1. Vektortér, lineárisan független vektorrendszer, bázis, vektortér dimenziója.
2. Vektortér duálisa, bázis duálisa.
3. Adott $u \in U$ és $p \in V^*$ esetén a $u \otimes p$ leképezés.
4. Az $A : U \to V$ lineáris leképezés transzponáltja.
5. Multilineáris leképezés, szimmetrikus és antiszimmetrikus multilineáris leképezés.
6. Multilineáris leképezés szimmetrizáltja és antiszimmetrizáltja.
7. Adott $p, q \in V^*$ esetén $p \otimes q$, $p \vee q$ és $p \wedge q$ leképezések.
8. Az U és V vektortér tenzorszorzata.
9. Adott $p_1, \ldots, p_k \in V^*$ esetén $p_1 \otimes \ldots \otimes p_k$, $p_1 \vee \ldots \vee p_k$ és $p_1 \wedge \ldots \wedge p_k$ leképezések.
10. A $\Lambda^k(V)$ és a $\Lambda(V)$ terek.
11. Skalárszorzatos V esetén a skaláris szorzás a $\Lambda^k(V)$ és a $\Lambda(V)$ vektortéren.
12. A $* : \Lambda^k(V) \to \Lambda^{\dim V - k}(V)$ Hodge-operátor.
13. A kompakt tartójú sima formák $\Omega_0^k(M)$ tere.
14. A $\mathrm{d} : \Omega_0^k(M) \to \Omega_0^{k+1}(M)$ külső deriválás.
15. A $\delta : \Omega_0^k(M) \to \Omega_0^{k-1}(M)$ koderiválás.
16. A $\Delta : \Omega_0^k(M) \to \Omega_0^k(M)$ Laplace-operátor.
17. Zárt, egzakt és harmonikus differenciálformák.
18. A $H^k(M)$ k-adik de Rham-kohomológia csoport.

Alaptételek.

1. Vektortér biduálisba való természetes beágyazása.
2. A vektortér duálisa szétválasztó.
3. Tenzorszorzat-alaptétele.
4. A szimmetrikus és antiszimmetrikus multilineáris leképezés terének bázisa.
5. Hodge-féle dekompozíció tétel.