

Számítási módszerek a fizikában 1.

2. pótzárthelyi dolgozat

2024. 12. 11. 10.15-11.45

Név:

Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ :

1. A $V = \mathbb{R}^2$ vektortéren jelölje \mathcal{A} az $e_1 = (1, -1)$, $e_2 = (2, 1)$ bázist, valamint \mathcal{B} az $f_1 = (1, 0)$, $f_2 = (0, 1)$ bázist. Egy $T : V \rightarrow V$ lineáris leképezés mátrixa az \mathcal{A} - \mathcal{A} bázisban

$$T_{\mathcal{A}\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Írja fel a T leképezés mátrixát a \mathcal{B} - \mathcal{B} bázisban.

2. Tekintsük a következő egyenletrendszert, ahol $a, b \in \mathbb{R}$ paraméter. (7+3 p.)

$$\begin{cases} x + ay + 3z = b - 1 \\ 2x + y + 2z = 2b \\ -2x + ay + 2z = 4 \end{cases}$$

a.) Az a és b paraméter mely értéke esetén lesz az egyenletrendszernek nulla, egy illetve végtelen sok megoldása.

b.) Adja meg az egyenletrendszer megoldását a fenti esetekben.

3. Legyen $C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. Számolja ki a C^{-1} mátrixot. (10 p.)

4. Tekintsük az alábbi mátrixot. (10 p.)

$$B = \begin{pmatrix} 132 & 244 & 413 & 512 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Határozza meg a B mátrix determinánsát.

5. Legyen $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, valamint $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$. (4×5 p.)

a.) Határozza meg az A mátrix $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ sajátértékeit és a hozzájuk tartozó v_1, v_2, v_3 sajátvektorokat.

b.) Adja meg a v_i vektor által meghatározott egyenesre való ortogonális vetítés P_i mátrixát az $i = 1, 2, 3$ esetben.

c.) Adja meg az A mátrix spektrálfelbontását.

d.) Számolja ki az $f(A)$ mátrixot.