

# Minimumkövetelmény tervezet

Számítási módszerek a fizikában 1, 2024/25 I. félév

**1. Komplex számok.** Komplex számok összege, különbsége, szorzata és hányadosa. Komplex szám valós és képzetes része, konjugáltja, valamint abszolút értéke. Az  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{sh}$ ,  $\operatorname{ch}$  függvény definíciója hatványsorral. A  $\operatorname{tg}$  és a  $\operatorname{th}$  definíciója. Euler-formula. Komplex szám algebrai, trigonometrikus alakja és exponenciális alakja. Komplex számok szorzása és hatványozása exponenciális alakban. Komplex szám logaritmusa.

**2. Polinomok.** Polinomok definíciója. Az algebra alaptétele. Polinomok maradékos osztása. Lagrange-interpoláció.

**3. Térgeometria.** Az  $\mathbb{R}^3$  térben: az egyenes és a sík egyenlete. Kronecker-delta és a Levi-Civita-szimbólum.

**4. Vektorterek.** Absztrakt vektortér fogalma az  $\mathbb{R}$  és a  $\mathbb{C}$  számtest felett. Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége és lineáris burka. Lineáris altér. Bázis. Vektortér dimenziója. Skaláris szorzás. Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség. Riesz-féle reprezentációs tétel véges dimenziós skalárszorzos téren. Vektorok által bezárt szög. Norma. Gram–Schmidt-ortogonalizáció. Ortogonális, normált, ortonormált és teljes vektorrendszer. Pitagorasz-tétel véges dimenzióban.

**5. Lineáris leképezések és mátrixok.** Lineáris leképezés. Lineáris leképezés képtere, magtere és rangja. Dimenziótétel. Négyzetes mátrix nyoma, adjungáltja és determinánsa. Invertálhatóság jellemzése determinánssal. Mátrixok speciális típusai: önadjungált, normális, ortogonális, unitér, projekció és idempotens. Pozitív/negatív, pozitív/negatív definit és indefinit leképezés.

**6. Spektrum.** Algebra, egységelemes algebra definíciója. Elem spektruma egységelemes algebrában. Lineáris leképezés sajátértéke és sajátvektora. Normális operátor spektrálfelbontása. Normális mátrix függvényének kiszámítása.

**7. Pozitív operátorok, rang és Sylvester-tétel.** Operátor pozitivitásának ekvivalens megfogalmazásai. Rendezés az önadjungált operátorokon. Sylvester tétele.