

**Analízis 2.**  
**2. zárthelyi dolgozat**  
2026. 5. 14. 8.15-9.45

Név:  
Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ:

1. Melyik  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(0) = 0$  holomorf függvényre teljesül, hogy valamely  $c \in \mathbb{R}^+$  paraméter mellett minden  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén  $\operatorname{Im} f(x + iy) = \cos(cx) \operatorname{sh}(2y)$ ? Mely természetes szám lesz  $4 \cdot f'(i \log(2))$  értéke? (10 p.)

2. Legyen  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) = \bar{z}^2$  és  $\gamma$  a 2 középpontú 2 sugarú körív a pozitív félsíkban ( $\operatorname{Im} \gamma \geq 0$ ) haladó azon része, melynek kezdőpontja a 4 végpontja pedig a

0. Mely természetes szám lesz  $\frac{-i}{\pi} \int_{\gamma} f$  értéke?

3. Legyen  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) = \frac{9}{z^2} - 7z + 9z^2$  és legyen  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  a  $\gamma(t) = t + e^{i \sin(\pi t)}$  sima görbe. Mely természetes szám lesz  $\int_{\gamma} f$  értéke? (10 p.)

4. Mely természetes szám lesz  $\frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x^2 + 3}{(x^2 + 1)^2} dx$  értéke? (10 p.)

5. Határozza meg az  $\frac{26i}{\pi} \int_{\gamma} \frac{e^{z\pi}}{z(z^2 + 1)(z^2 - 4)} dz$  értékét, ahol  $\gamma$  a 0 pontot pozitív körüljárással egyszer megkerülő  $r = \frac{3}{2}$  sugarú zárt körvonal. (10 p.)