

# Vizsgatematika

Analízis 2 (BMETEAObS MANL2-00) 2025/26 II. félév

- 1. Riemann-integrál.** Alsó, felső közelítő összeg. Alsó, felső integrál. Riemann-integrálható függvény. Riemann-integrál alaptulajdonságai. Newton–Leibniz-tétel. Integrálfüggvény. Az integrálfüggvény tulajdonságai.
- 2. Normált terek.** Norma. Nyílt, zárt és korlátos halmaz normált térben. Halmaz belső, torlódási, határ és izolált pontja. Sorozatok és sorok konvergenciája. Cauchy-sorozat. Banach-tér. Ekvivalens normák. Az  $\mathbb{R}^n$  tér normáinak ekvivalenciája.
- 3. Folytonos lineáris leképezések tere.** Norma. Normált tér. Banach-tér. Folytonos lineáris leképezés normája. Az operátornorma tulajdonságai. A folytonos lineáris leképezések terének tulajdonságai. Carl–Neumann-féle sor. Korlátos folytonos függvények tere a sup normával.
- 4. Hilbert-terek.** Skaláris szorzás. Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség. Ortogonális, normált, ortonormált és teljes vektorrendszer. Hilbert-tér. Bessel-egyenlőtlenség. Parseval-egyenlőség.
- 5. Függvénysorozatok és függvénysorok.** Függvénysorozat és függvénysor pontonkénti, egyenletes és lokálisan egyenletes konvergenciája. Weierstrass-tétel az egyenletes konvergenciáról. Hatványsor és konvergenciasugara. Cauchy–Hadamard-tétel. Abel-tétel. Függvénysor(ozat) tagonkénti differenciálhatósága.
- 6. Mátrixfüggvények és Bernstein-approximáció.** Függvénysor(ozat) tagonkénti integrálhatósága. Lineáris leképezés függvényének értelmezése. Bernstein-polinomokkal való approximáció.
- 7. Fourier-sorfejtés.** Trigonometrikus polinomok. Weierstrass-approximációs tétele. Fourier-féle ortogonális/ortonormált függvényrendszer és teljessége. Alkalmas függvény Fourier-együtthatói és Fourier-sora. Elégséges feltétel a Fourier-sor egyenletes konvergenciájára.
- 8. Komplex függvény deriváltja.** Komplex függvény differenciálhatósága és komplex függvény deriváltja. A differenciálhatóság jellemzése a Cauchy–Riemann-egyenletekkel. Holomorf függvény. Szakaszonként folytonosan differenciálható görbe és folytonos komplex függvény görbementi integrálja és az integrál tulajdonságai.
- 9. Elemi integráltételek és az indexfüggvény.** Newton–Leibniz-tétel. Goursat-lemma. Függvény primitív függvénye. Görbe indexfüggvénye. A körvonal indexfüggvénye. Az indexfüggvény tulajdonságai.
- 10. Cauchy tételei.** Kontúrhomotóp görbék. A komplex számsík egyszeresen összefüggő részhalmazai. Cauchy integráltétele és integrálformulái. Holomorf függvény Taylor-sora, konvergenciasugar maximalitási tulajdonsága.
- 11. Magasabbrendű deriváltak és az algebra alaptétele.** Magasabbrendű deriváltakra vonatkozó Cauchy-formulák. Megszüntethető szingularitások tétele. Morera-tétel. Cauchy-egyenlőtlenség. Liouville-tétel.
- 12. Holomorf függvény unicitása, gyökei és a maximumelv.** Holomorf függvény kiterjesztése. Unicitás tétel. Holomorf függvény zérushelyeinek tulajdonsága. Zérushely multiplicitása. Lokális maximum elve. Maximumelv.
- 13. Reziduums-tétel.** Laurent-sorfejtés. Szingularitás,  $n$ -ed rendű pólus, lényeges szingularitás. Meromorf függvény. Reziduums-tétel.