

Vektor- és mátrixalgebra, 2. hét

Alapműveletek komplex számokkal, hatványozás és egyszerűbb egyenletek megoldása

I. Legyen $z_1 = 3 - 4i$ és $z_2 = 2 + i$. Írjuk fel az alábbi számokat algebrai alakban.

$$3z_1 - 4i + 2z_2 + 4 \quad 2z_1 + z_2^2 \quad \bar{z}_2 - |z_1| \quad 2z_1 z_2 - \frac{5z_1}{z_2}$$

II. Írjuk fel algebrai alakban az alábbi számokat.

1. $\sqrt{8} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$
2. $4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$
3. $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$
4. $\frac{(1+i)(1-2i)}{i(1-i)}$

III. Írjuk fel trigonometrikus alakban az alábbi számokat.

1. $-4i$
2. $3 + 3i$
3. -2
4. $\sqrt{6} - \sqrt{2}i$

IV. A következő számokat írjuk fel algebrai alakban.

1. $(1+i)^8$
2. $(1-i)^4$
3. $(1+\sqrt{3}i)^3$
4. $\frac{(1+i)^{10}}{(-1+i)^5}$

V. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

1. $z^2 - 4z + 13 = 0$
2. $z^2 = \bar{z}$
3. $|z| - z = 1 + 2i$
4. $z^2 + (1+i)\bar{z} + 4i = 0$

VI. Milyen görbék határoznak meg a komplex számsíkon az alábbi egyenletek?

1. $|z - (1+2i)| = 3$,
2. $z + \bar{z} = z\bar{z}$,
3. $|z-1|^2 + |z+1|^2 = 4$.