

Matematika 1 Vegyész- és környezetmérnököknek Gyakorlat

1. feladatsor

1. Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket a változók lehetséges értékei mellett:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a+b} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right) : \frac{a+b}{a^2b^2}, & \text{c) } \left(\frac{a^2-3ab}{a+b} + b \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2} \right), \\ \text{b) } \left(\frac{x^2+y^2}{x-y} - x + y \right) : \left(\frac{x}{x+y} - \frac{2xy}{y^2-x^2} \right), & \text{d) } \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \frac{x^3y+xy^3}{x^4-y^4}. \end{array}$$

2. Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket!

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[3]{\frac{x^2}{\sqrt{x^3 \cdot \sqrt{x}}}} \cdot \sqrt[6]{x}, & \text{d) } \left(\frac{a^{-7}b^3}{c^4d^{-3}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^{-2}b}{c^2d^{-4}} \right)^3, \\ \text{b) } \frac{\sqrt[4]{a^{12}b^{16}}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^6 \cdot \sqrt[4]{b^{12}}}}}, & \text{e) } \sqrt[3]{\frac{a^8b^{-2}c^7}{d^2}} : \frac{a^{-10}c^4}{b^5d^5}, \\ \text{c) } \left(\frac{a^4b^5}{c^2d^{-2}} \right)^3 : \left(\frac{a^3b^7}{c^{-2}d^{-5}} \right)^2, & \text{f) } \frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[8]{x^5} \cdot \sqrt[5]{y}}{\left(x^{\frac{1}{4}} \right)^3 \cdot y^{\frac{2}{5}}}. \end{array}$$

3. Határozzuk meg az alábbi függvények minimumának/maximumának helyét és értéket teljes négyzetté alakítás segítségével!

$$\text{a) } f(x) = 3x^2 + 8x + 10, \quad \text{b) } f(x) = -4x^2 + 2x + 7.$$

4. Milyen p valós paraméter esetén van az alábbi egyenleteknek két azonos valós megoldása?

$$\text{a) } x^2 - px + p + 3 = 0, \quad \text{b) } px^2 + 4x + p - 3 = 0.$$

5. Milyen p valós paraméter esetén van az alábbi egyenleteknek két különböző valós megoldása és mikor nincs valós megoldása?

$$\text{a) } x^2 + x - p - 2 = 0, \quad \text{b) } 4x^2 + 4px + p^2 + 8p - 12 = 0.$$

6. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

$$\text{(a) } x^4 + 5x^3 - 6x^2 = 0, \quad \text{(b) } 4x^4 - 3x^2 - 1 = 0.$$

7. Oldjuk meg az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszereket a valós számok halmazán!

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 3(x-2) + 2y = 11, \\ x - y = 1, \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 2(x-y) + 3y = 7, \\ 4x - (y+1) = 10. \end{cases} \end{array}$$

8. Oldjuk meg az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszereket! A megoldást adjuk meg az a és b paraméterek függvényében! Feltételezzük, hogy a paraméterek olyan értékűek, amelyek mellett az egyenletrendszernek egyértelmű megoldása van.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} ax + y = b \\ x + ay = 1, \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 2x + ay = b \\ ax + 2by = 1. \end{cases} \end{array}$$

9. Fejezzük ki a megjelölt változót az alábbi összefüggésekből!

a) $pV = nRT$, fejezzük ki n -t!

d) $Q = mc(T_2 - T_1)$, fejezzük ki c -t!

b) $pV = nRT + \alpha n^2$, fejezzük ki T -t!

e) $Q = mc(T_2 - T_1)$, fejezzük ki T_1 -et!

c) $p = \frac{nRT}{V-bn} - \frac{an^2}{V^2}$, fejezzük ki T -t!

f) $Q = mc(T_2 - T_1) + n\Delta H$, fejezzük ki T_2 -t!

10. Egy kör alakú szűrőmembrán átmérője 10 cm. A membránon négy kör alakú pórus található, amelyek átmérője rendre 1 cm, 1,5 cm, 2 cm és 2,5 cm. Határozzuk meg a membrán anyagának területét! Az eredményt cm^2 -ben adjuk meg.

11. Egy téglalap alakú katalizátorlap oldalainak hossza 10 cm és 8 cm. A lapon három kör alakú nyílást alakítottak ki, amelyek sugarai rendre 1 cm, 2 cm és 3 cm. Határozzuk meg a katalizátor megmaradó felületének nagyságát! Az eredményt cm^2 -ben adjuk meg.

12. Számítsuk ki az alábbi összegeket és szorzatokat!

a) $\sum_{k=2}^8 3k,$

b) $\sum_{k=0}^5 (3k - 2),$

c) $\prod_{k=2}^5 (k - 1),$

d) $\prod_{k=1}^3 \frac{k}{(k+1)}.$

13. Írjuk fel a következő kifejezéseket szumma- vagy produktumjel segítségével!

a) $2 + 4 + 6 + 8 + 10,$ b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11,$ c) $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8,$

d) $3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12.$