

Matematika 1 Vegyész- és környezetmérnököknek Gyakorlat

2. feladatsor

1. Ábrázoljuk vázlatosan az alábbi függvények grafikonját a megadott transzformációk elvégzése után! Írjuk fel a transzformációk után kapott függvények hozzárendelési szabályát!
 - a) $y = x^2$, 2 egységgel jobbra és 3 egységgel felfelé tolás.
 - b) $y = \sqrt{x}$, 1 egységgel jobbra és 2 egységgel lefelé tolás.
 - c) $y = |x|$, 2 arányú zsugorítás y irányban, 1 egységgel balra és 2 egységgel lefelé tolás.
 - d) $y = x^3$, 2 arányú zsugorítás x irányban, 1 egységgel jobbra és 2 egységgel felfelé tolás.
 - e) $y = e^x$, 2 egységgel balra és 1 egységgel lefelé tolás.
 - f) $y = \ln x$, 3 arányú nyújtás y irányban, 1 egységgel jobbra és 2 egységgel felfelé tolás.
2. Állapítsuk meg az alábbi függvények esetén, hogy melyik alapfüggvény grafikonjából és milyen transzformációkkal kapható meg az adott függvény grafikonja! Készítsünk vázlatos ábrát is!
 - a) $f(x) = (x - 2)^2 + 3$,
 - b) $f(x) = \sqrt{x - 1} - 2$,
 - c) $f(x) = 2|x + 1| - 3$,
 - d) $f(x) = 3(x - 2)^3 + 1$,
 - e) $f(x) = \ln(2x - 2) + 3$,
 - f) $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x + 2} + 1$.
3. Jellemezzük az alábbi függvényeket! Adjuk meg az értelmezési tartományt (ÉT) és az értékkészletet (ÉK), vizsgáljuk meg a paritást, periodikusságot, monotonitást, korlátosságot, szélsőértékeket, valamint ahol egyszerű, határozzuk meg a zérushelyeket! Készítsünk vázlatos ábrát is!
 - a) $f(x) = 2x - 3$,
 - b) $f(x) = \sqrt{6x + 3}$,
 - c) $f(x) = 3x^2 + 1$,
 - d) $f(x) = \ln(2x)$,
 - e) $f(x) = e^x + 1$,
 - f) $f(x) = -\ln(-x)$,
 - g) $f(x) = |3x + 4|$,
 - h) $f(x) = 1 + \sin x$.
4. Adjuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát, értékkészletét! Majd határozzuk az $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ és $g \circ g$ összetett függvényeket és azok értelmezési tartományát!
 - a) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = \frac{1}{x}$,
 - b) $f(x) = 1 - \sqrt{x}$, $g(x) = e^x$,
 - c) $f(x) = \ln x$, $g(x) = 2x - 10$.
5. Az alábbi összetett függvények esetén határozzuk meg, hogy milyen f és g függvényekből állhatnak elő, azaz írjuk fel őket $h = f \circ g$ alakban!
 - a) $h(x) = (2x - 3)^2 - 1$,
 - b) $h(x) = \sqrt{e^x - 2}$,
 - c) $h(x) = \ln(2x - 10)$,
 - d) $h(x) = \frac{1}{x^3 + x + 2}$,
 - e) $h(x) = 1 - \sqrt{x^2 - 4}$,
 - f) $h(x) = e^{3x - 5}$.
6. Adjuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát és értékkészletét! Vizsgáljuk meg, hogy rendelkeznek-e inverz függvénnyel, majd ahol létezik, határozzuk meg az inverz függvényt és annak értelmezési tartományát és értékkészletét! Ha szükséges, megfelelő értelmezési tartományra való leszűkítéssel tegyük invertálhatóvá a függvényt!
 - a) $f(x) = 5x - 1$,
 - b) $f(x) = \ln(x - 5)$,
 - c) $f(x) = x^2 + 6$.