

Matematika 1 Vegyész- és környezetmérnököknek Gyakorlat

3. feladatsor - Megoldás

1. Váltuk át a szögeket a megadott mértékegységbe! Amennyiben az átváltás után kapott szög kívül esik a $[0, 2\pi)$, illetve a $[0^\circ, 360^\circ)$ intervallumon, akkor a megoldást vezessük vissza a megfelelő intervallumra!

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $30^\circ = \dots \text{ rad}$, | f) $\frac{\pi}{6} \text{ rad} = \dots^\circ$, |
| b) $135^\circ = \dots \text{ rad}$, | g) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = \dots^\circ$, |
| c) $240^\circ = \dots \text{ rad}$, | h) $\frac{7\pi}{6} \text{ rad} = \dots^\circ$, |
| d) $450^\circ = \dots \text{ rad}$, | i) $\frac{11\pi}{4} \text{ rad} = \dots^\circ$, |
| e) $750^\circ = \dots \text{ rad}$, | j) $\frac{17\pi}{6} \text{ rad} = \dots^\circ$. |

Megoldás:

a) $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$, b) $135^\circ = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$, c) $240^\circ = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$, d) $450^\circ = \frac{5\pi}{2} \text{ rad} \Rightarrow [0, 2\pi) : \frac{\pi}{2} \text{ rad}$,
e) $750^\circ = \frac{25\pi}{6} \text{ rad} \Rightarrow [0, 2\pi) : \frac{\pi}{6} \text{ rad}$, f) $\frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$, g) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = 135^\circ$, h) $\frac{7\pi}{6} \text{ rad} = 210^\circ$, i) $\frac{11\pi}{4} \text{ rad} = 495^\circ \Rightarrow [0^\circ, 360^\circ) : 135^\circ$, j) $\frac{17\pi}{6} \text{ rad} = 510^\circ \Rightarrow [0^\circ, 360^\circ) : 150^\circ$.

2. Számítsuk ki az alábbi kifejezések pontos értékét! (Használjuk az egységkörös ábrát!)

Megjegyzés: Fontos lenne, hogy itt felrajzoljátok a táblára az egységkört, hogy megszokják és tudjanak vele számolni.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$, | d) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$, | g) $\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, |
| b) $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$, | e) $\cos\left(\frac{15\pi}{6}\right)$, | h) $\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)$, |
| c) $\sin\left(\frac{11\pi}{4}\right)$, | f) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$, | i) $\tan\left(\frac{15\pi}{4}\right)$. |

Megoldás: a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, e) $\frac{1}{2}$, f) 0, g) $-\sqrt{3}$, h) $\frac{\sqrt{3}}{3}$, i) -1 .

3. Keressük meg az összes olyan 0 és 2π közötti számot, amelynek

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|--------------------|
| a) szinusza $\frac{1}{2}$, | c) koszinusza $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, | e) tangense 1, |
| b) szinusza $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, | d) koszinusza $\frac{1}{2}$, | f) tangense -1 . |

(Használjuk az egységkörös ábrát!)

Megjegyzés: Itt is fontos lenne az egységkörön szemléltetni a dolgokat.

Megoldás: a) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$, b) $\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$, c) $\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$, d) $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$, e) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$, f) $\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.

4. Számítsuk ki az alábbi logaritmusok pontos értékét!

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) $\log_2 8$, | c) $\log_2 \sqrt[3]{2}$, | e) $\log_5 125$, | g) $\lg \frac{1}{10}$, |
| b) $\log_2 \frac{1}{16}$, | d) $\log_{\frac{1}{2}} 2$, | f) $\log_{\sqrt{3}} 3$, | h) $\ln \sqrt{e^3}$. |

Megoldás: a) 3, b) -4 , c) $\frac{1}{3}$, d) -1 , e) 3, f) 2, g) -1 , h) $\frac{3}{2}$.

5. Számítsuk ki az alábbi kifejezések pontos értékét!

- a) $10^{\lg 3}$, d) $5^{-\log_{25} 4}$, g) $e^{-\ln 6}$, j) $2^{\log_4 6 - \log_2 4}$,
 b) $2^{\log_4 9}$, e) $9^{\log_3 5}$, h) $\sqrt{2}^{\log_2 9}$, k) $e^{\ln 16 - \ln 8}$,
 c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 6}$, f) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\lg 8}$, i) $10^{\lg 9 + \lg 2}$, l) $3^{\log_{\frac{1}{9}} 5 + \log_9 2}$.

Megoldás: a) 3, b) 3, c) $\frac{1}{6}$, d) $\frac{1}{2}$, e) 25, f) $\frac{1}{8}$, g) $\frac{1}{6}$, h) 3, i) 18, j) $\frac{\sqrt{6}}{4}$, k) 2, l) $\sqrt{\frac{2}{5}}$.

6. Fejezzük ki az A változót az alábbi összefüggésekből!

a) $p = \frac{\ln A - \ln B}{\ln 6}$, b) $q = \frac{\ln A}{\ln 3} + \frac{\ln B}{\ln 3}$, c) $r = \frac{\ln A + \ln B - \ln C}{\ln 2}$, d) $s = \frac{\lg A - 2 \lg B}{\lg 5}$.

Megoldás: a) $A = B6^p$, b) $A = \frac{3^q}{B}$, c) $A = \frac{2^r C}{B}$, d) $A = 5^s B^2$.

7. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

- a) $\frac{\lg(x-10)}{1-\lg 5} = 2$,
 b) $\frac{\log_7(x+4)}{\log_7(x+2)} = 2$,
 c) $\log_3(x-4) + \log_3(x+3) = \log_3(5x+4)$,
 d) $\log_8(23x+8) - 2\log_8(4x+4) = -\frac{2}{3}$.

Megoldás: a) $x = 14$, b) $x = 0$, c) $x = 8$, d) $x_1 = 4$, $x_2 = -\frac{1}{4}$.