

# Matematika 1 Vegyész- és környezetmérnököknek Gyakorlat

## 5. feladatsor

1. Döntsük el az alábbi sorozatokról, hogy korlátosak-e! Vizsgáljuk meg őket monotonitás szempontjából! Sejtsük meg a határértéküket a sorozat tagjait számegyenesen ábrázolva! Döntsük el, hogy mely sorozatok konvergensek, illetve divergensek!

a)  $(a_n) = 1 + \frac{1}{n}$ ,      b)  $(b_n) = \frac{(-1)^n}{n^2}$ ,      c)  $(c_n) = 3^n$ ,      d)  $(d_n) = \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$ .

2. Adjunk példát olyan sorozatra (ha létezik olyan), amely:

- a) konvergens, de nem korlátos,      c) monoton csökkenő, de nem konvergens,  
b) korlátos, de nem konvergens,      d) korlátos, konvergens, de nem monoton.

3. Adjunk példát olyan  $a_n \rightarrow +\infty$  és  $b_n \rightarrow +\infty$  sorozatokra, amelyekre:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$ ,      b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ ,      c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ ,      d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = -\infty$ .

4. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 3n^2 - 7}{5n^3 + 9n}$ ,      b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 7n}{n^3 - 12n}$ ,      c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 3n^2 - 1}{5 - n}$ ,      d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4}{5 - 4\sqrt{n} - 6n^4}$ .

5. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 + 5n} - \sqrt{2n^2 - n}$ ,      b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n^4 + n^2 - 2} - 2n^2$ .

6. Számítsuk ki az alábbi határértékeket, ha léteznek!

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3}{5 + 2 \cdot 7^{n-1}}$ ,      c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+2} + (-1)^n}{5^n}$ ,      e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^n - 8^n + 2n^2 - \ln n}{5^{2n+1} + 3n^n - 7n}$ .  
b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n} + 1}{5^n - 3 \cdot 7^n}$ ,      d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! - 3^n + n^2 - 10n^7}{6^{2n} - 2 \cdot n^n - 4}$ ,

7. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3n^3 + 7^n}$ ,      c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n^3 + 3}{4n^2 + n}}$ ,  
b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 5n^2}$ ,      d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^4 + n}{3n^4 + 4n^2 + 1}}$ .

- 8.\* Számítsuk ki a következő határértéket!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3n^4 - 3n^3 + 5}{2n^4 + 4n^2 - 1}}.$$