# Matematika LaTeX-ben

Kovács Kristóf, Magyar András, Simon András

2022. október 5.

# Bevezetés

# Alapok

- Mindenekelőtt: írjuk be `\usepackage{amsmath}`-ot a preambulumba
- Matematika szövegek szedése az, amire a TEX készült
- A LATEX-ben két matematikai mód van:
  - sorközi, „inline” ($ jelek közé írva): ez a szöveg részeként jelenik meg, például így: $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2 = \pi^2/6$
  - kiemelt: egy ilyen a bekezdések között jelenik meg, így:

    $$\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2 = \frac{\pi^2}{6}$$

    és a legegyszerűbben úgy írható, hogy `\[` és `\]` közé írjuk a képletet
- A matematikai mód két alapszabálya:
  - a szóközöket figyelmen kívül hagyja
  - üres sorok nem engedélyezettek

# Mindenhol használható matematika

# Hétköznapi szerkezetek

- $2(a+b)=2a+2b$: `$2(a+b)=2a+2b$`
- Ha $ab$ helyett $a\cdot b$-t akarunk: `$a\cdot b$`
- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$: `$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$`
- $a<0$, $a>0$, $0\leq a^2$, $a^2\geq 0$, $x\in A$: `$a<0$`, `$a>0$`, `$0\leq a^2$`, `$a^2\geq0$`, `$x\in A$`
- $a\nless 0$, $a\ngtr 0$, $0\nleq a^2$, $a^2\ngeq 0$, $x\notin A$: `$a\nless0$`, `$a\ngtr0$`, `$0\nleq a^2$`, `$a^2\ngeq0$`, `$x\notin A$`
- Egyszerűbb, de nem mindig néz ki jól: $a\not<0$, $a\not<0$, $0\not\leq a^2$,. . . : `$a\not<0$`, `$a\not<0$`, `$0\not\leq a^2$`
- $a_{ij}=-a_{ji}$: `$a_{ij}=-a_{ji}$` (emlékezzünk a blokkokra!)
- ${a^n}^m=a^{nm}$: `${a^n}^m=a^{nm}$` és nem `$a^n^m=a^{nm}$` ami `Double superscript` (dupla felső index) hibát eredményez. Ugyanez vonatkozik az alsó indexekre is.

## Hétköznapi szerkezetek 2.

- Keverhetjük a felső és alsó indexeket: $a_{ij}^2=a_{ji}^2$: `$a_{ij}^2=a_{ji}^2$`
- $\frac{a^2-b^2}{a+b}=a-b$: `$\frac{a^2-b^2}{a+b}=a-b$`
- $(\frac{a^2-b^2}{a+b})^2$ helyett $\left(\frac{a^2-b^2}{a+b}\right)^2$-et szeretnénk: `$\left(\frac{a^2-b^2}{a+b}\right)^2$`
- $\sqrt{a/b}$, $\sqrt[n]{a/b}$, $\sqrt{1+\sqrt{a/b}}$: `$\sqrt{a/b}$`, `$\sqrt[n]{a/b}$`, `$\sqrt{1+\sqrt{a/b}}$`
- $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$: `$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$`;
- az abszolútértékhez, pl. ebben $\lvert a-b\rvert$: `$\lvert a-b\rvert$` a legjobb választás; ha ez túl sok munkának tűnik, definiáljunk egy új parancsot a preambulumban:

  ```
  \newcommand\abs[1]{\lvert#1\rvert}
  ```

  és akkor írhatjuk így: `\abs{a-b}`.

# Hétköznapi szerkezetek 3.

- $a \mid b$, $a \nmid b$: `$a\mid b$`, `$a\nmid b$`
- $a \bmod b = c \iff a \equiv c \pmod b (\iff a \equiv c \mod b)$: `$a\bmod b = c \iff a\equiv c\pmod b (\iff a\equiv c\mod b)$`
- $x^2 - 1 = 0 \iff x = \pm 1$: `$x^2-1=0\iff x=\pm1$`
- $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{a}$, $\vec{a} \parallel \overrightarrow{BC}$: `$\mathbf{a}\times \mathbf{b}\perp \mathbf{a}$`, `$\vec{a}\parallel \overrightarrow{BC}$`
- Görög betűk: $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\pi$, $\Delta$, $\Sigma$, $\Pi$: `$\alpha$`, `$\beta$`, `$\gamma$`, `$\pi$`, `$\Delta$`, `$\Sigma$`, `$\Pi$`
- Nevezetes számhalmazok: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$: `$\mathbb{N}$`, `$\mathbb{Z}$`, `$\mathbb{R}$`, `$\mathbb{C}$`.
- $\lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n = e$: `$\lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n=e$`
- $\sin' x = \cos x$: `$\sin'x=\cos x$`; az aposztróf ($'$) automatikusan felső indexbe kerül. Ezért nem irhatunk `$f'^2$`-et, helyette `${f'}^2$` (bár ez nem szép: ${f'}^2$) vagy `$f^{\prime 2}$` (ez igen: $f^{\prime 2}$).

## Hétköznapi szerkezetek 4.

- $A\cap (B\cup C)= (A\cap B)\cup (A\cap C)$:
  `$A\cap (B\cup C)= (A\cap B)\cup (A\cap C)$`
- $\emptyset\subseteq A$: `$\emptyset\subseteq A$`
- $A\supseteq B\iff B\subseteq A$: `$A\supseteq B\iff B\subseteq A$`
- $A\setminus A=\emptyset$: `$A\setminus A=\emptyset$`
- $A\subseteq B\iff \forall x(x\in A \implies x\in B)$:
  `$A\subseteq B\iff \forall x(x\in A \implies x\in B)$`
- $A\subsetneq B\iff A\subseteq B\ \&\ \exists x(x\in B\ \&\ x\notin A)$:
  `$A\subsetneq B\iff A\subseteq B\And`
  `\exists x(x\in B \And x\notin A)$`
- $\pi_0\langle\,a,b\,\rangle = a$: `$\pi_0\langle\,a,b\,\rangle = a$`; az extra `\,` („thin horizontal space") nélkül nem az igazi: $\langle a,b\rangle$

# Hétköznapi szerkezetek 5.

- $\sum_{n=1}^\infty 1/n^2=\pi^2/6$: `$\sum_{n=1}^\infty1/n^2=\pi^2/6$`
- $\prod_{n=1}^{10} n=362880$: `$\prod_{n=1}^{10}n=362880$`
- Az integrálok egy kis finomhangolást igényelnek: $\int_0^{\pi/2}\sin^2x\,dx=\pi/4$: `$\int_0^{\pi/2}\sin^2x\,dx=\pi/4$`; az extra `\,` nélkül nagyon rosszul néz ki: $\int_0^{\pi/2}\sin^2 xdx=\pi/4$.
- `\,` egy másik használata:
  $\{\,n\in\mathbb{N}\mid \text{$n$-nek legalább $3$ különböző prímosztója van}\,\}$:

  ```
  $\{\,n\in\mathbb{N}\mid \text{$n$-nek legalább
  $3$ különböző prímosztója van}\,\}$
  ```
- $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\bigr|_a^b$: `$\int_a^bf(x)\,dx = F(x)\bigr|_a^b$`
- vagy akár $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Bigr|_a^b$: `$\int_a^bf(x)\,dx = F(x)\Bigr|_a^b$` ami valószínűleg jobban néz ki a kiemelt képletekben

## Nüanszok

- ${}^k a^i_j$-t így kell írni: `${}^k a^i_j$`
- A szöveges üzemmód ismeri a vessző körüli távolságot, a matematikai mód nem; ezért
  - $a$, $b \in B$-t így írjuk: `$a$, $b \in B$` és nem így: `$a, b \in B$`
  - hasonlóképpen, „$i = 1$, $2$, $\dots$, $n$-re”-t így kell írni: `$i = 1$,~$2$,\dots,~$n$-re`
  - de nem egy képlet közepén, ahol inkább így: $\{\,2i \mid i=1,2,\dots,n\,\}$: `$\{\,2i \mid i=1,2,\dots,n\,\}$`
- LaTeX itt okos: $1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}2$: `$1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}2$`
- amikor nem, akkor használhatjuk ezeket: `\ldots` és `\cdots`

# Kiemelt képletek

# Kiemelt képletek

- Vegyük észre, hogy
$$\sum_{n=1}^\infty 1/n^2=\pi^2/6$$
(azaz `\[\sum_{n=1}^\infty1/n^2=\pi^2/6\]`) egy kicsit másképp néz ki, mint a sorközi változata: $\sum_{n=1}^\infty 1/n^2=\pi^2/6$
- A kiemelt képleteket manuálisan is megcímkézhetjük, például
$$\sum_{n=1}^\infty 1/n^2=\pi^2/6, \tag{$\dagger$}$$
amit így írunk:
`\[\tag{$\dagger$} \sum_{n=1}^\infty1/n^2=\pi^2/6,\]`
- és úgy hivatkozunk rá, mint „a ($\dagger$) egyenlet”:
`a \thetag{$\dagger$}  egyenlet`
- automatikus címkézéséhez más környezetet kell használnunk, például ezt:
`\begin{equation} ... \end{equation}`

# Kiemelt képletek 2.

- Néha extra helyet akarunk hagyni az egy sorban lévő képletek között:

$$ sin(x+y) = \sin x\cos y+ \cos x\sin y, \qquad cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y $$

- `\[ sin(x+y) = \sin x\cos y+ \cos x\sin y, \qquad cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y \]`
- Ezt így is leírhatjuk:

$$ sin(x+y) = \sin x\cos y+ \cos x\sin y \quad\text{és}\quad cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y $$

- `\[ sin(x+y) = \sin x\cos y+ \cos x\sin y \quad\text{és}\quad cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y \]`
- Egy másik példa:

$$a_1 = \frac12,\quad a_2 = \frac23,\quad\dots\quad a_n=\frac{n}{n+1}$$

- `\[a_1 = \frac12,\quad a_2 = \frac23, \quad\dots\quad a_n=\frac{n}{n+1}\]`

# Kiemelt képletek 3.

- Az olvasó (vagy későbbi önmagunk) segítésére néha hasznos:

$$r_1r_2(\overbrace{\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_2-\sin\varphi_1\cdot\sin\varphi_2}^{\cos(\varphi_1+\varphi_2)}+j(\underbrace{\cos\varphi_1\cdot\sin\varphi_2 + \sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_2}_{\sin(\varphi_1+\varphi_2)}))$$

- ```
  \[r_1r_2(\overbrace{\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_2-
    \sin\varphi_1\cdot\sin\varphi_2}^{\cos(\varphi_1+\varphi_2)}+
    j(\underbrace{\cos\varphi_1\cdot\sin\varphi_2 +
    \sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_2}_{\sin(\varphi_1+\varphi_2)}))
  ```
- Másfajta segítség:

$$s=\lim f(a_{n_i}) \overset{(3)}{=} \lim_b f \overset{\text{folyt.}}{=} f(b).$$

```
\[s=\lim f(a_{n_i}) \overset{(3)}{=}
  \lim_b f \overset{\text{folyt.}}{=} f(b).\]
```
```

## Többsoros formulák

Ha a képletünk nem fér ki egy sorba:

$$\begin{multline*}\frac{r_1(\cos\varphi_1 + j\sin\varphi_1)}{r_2(\cos\varphi_2 + j\sin\varphi_2)} \\ = \frac{r_1(\cos\varphi_1 + j\sin\varphi_1)r_2(\cos-\varphi_2 + j\sin-\varphi_2)}{r_2^2} \\ = \frac{r_1}{r_2}\bigl(\cos(\varphi_1-\varphi_2) + \cos(\varphi_1-\varphi_2) + j\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\bigr)\end{multline*}$$

ami így írható le:

```
\begin{multline*}\frac{r_1(\cos\varphi_1 +
    j\sin\varphi_1)}{r_2(\cos\varphi_2 + j\sin\varphi_2)} \\
  = \frac{r_1(\cos\varphi_1 + j\sin\varphi_1)r_2(\cos-\varphi_2 +
    j\sin-\varphi_2)}{r_2^2}  \\
  = \frac{r_1}{r_2}\bigl(\cos(\varphi_1-\varphi_2) +
  j\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\bigr)
\end{multline*}
```

# Többsoros formulák 2.

- A $*$ azért van itt, hogy elkerüljük az automatikus címkézést. Ez így működik az összes többi, matematika megjelenítésére szolgáló nevesített környezettel is.
- Sortörést (`\\`) mindig bináris reláció vagy bináris művelet *elé* tegyünk.
- Ne írjunk `\\`-et az utolsó sor után.
- A legtöbb többsoros környezetben minden sor meg van címkézve automatikusan, hacsak nem írunk `\notag`-ot a sorba.

# Többsoros formulák 3.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \tag{1}$$

$$sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y \tag{2}$$

így íródik:

```
\begin{gather}
\sin^2x + \cos^2x = 1\\
\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y \notag\\
\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y
\end{gather}
```

# Többsoros formulák 4.

Ha szeretnénk az egyenleteket egymáshoz igazítani:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 && (3) \\ sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y \\ cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y && (4) \end{aligned}$$

Ezt így írjuk:

```
\begin{align}
  \sin^2x + \cos^2x & = 1\\
  sin(x+y) & = \sin x\cos y+ \cos x\sin y \notag\\
  cos(x+y) & = \cos x\cos y - \sin x\sin y
\end{align}
```

## Többsoros formulák 5.

Ha harmadik oszlopot is szeretnénk, mint itt:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \text{könnyű} \qquad (5)$$
$$sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \qquad \text{nehéz}$$
$$cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y \qquad \text{nehéz} \qquad (6)$$

azt így írjuk:

```
\begin{align}
\sin^2x + \cos^2x &= 1 &&\text{könnyű} \\
sin(x+y) &= \sin x\cos y+ \cos x\sin y &&\text{nehéz}\notag\\
cos(x+y) &= \cos x\cos y - \sin x\sin y &&\text{nehéz}
\end{align}
```

„Az `align` környezetet két vagy több egyenlet esetén használjuk, ha függőleges igazítást szeretnénk; általában binér relációk, tipikusan egyenlőségjelek vannak igazítva [...] Ha több egyenletoszlopot szeretnénk egymás mellé helyezni, használjunk extra & jeleket az oszlopok elválasztására.”. (`amsldoc`)

# Többsoros formulák 6.

Még millió egyéb ilyen környezet van (Google `amsldoc` és ld. §3!). De az egyik, ami gyakran előkerül, ez:

$$f(x)=\begin{cases}1 & \text{ha } x\in\mathbb{Q}\\ 0 & \text{máskülönben.}\end{cases}$$

```
\[f(x)=\begin{cases}
1 &\text{ha $x\in\mathbb{Q}$} \\ 0 &\text{máskülönben.}
\end{cases}
\]
```

## Mátrixok

- Mátrix:

$$\begin{pmatrix}
a+b+c & uv & x-y & 27\\
a+b & u+v & z & 1340\\
a & & uz & 93
\end{pmatrix}$$

```
\[\begin{pmatrix}
a + b + c & uv & x - y & 27\\
a + b & u + v & z & 1340\\
a & & uz & 93
\end{pmatrix}\]
```

- Ugyanez szögletes zárójelek közt:

$$\begin{bmatrix}
a+b+c & uv & x-y & 27\\
a+b & u+v & z & 1340\\
a & & uz & 93
\end{bmatrix}$$

```
\[\begin{bmatrix}
a + b + c & uv & x - y & 27\\
a + b & u + v & z & 1340\\
a & & uz & 93
\end{bmatrix}\]
```

# Mátrixok 2.

- Van még `vmatrix`, `Vmatrix` és `Bmatrix` is, különböző határolókkal (próbáljuk ki őket!), és `matrix`, ami pucér.
- Az utóbbi hasznos az ilyen – remélhetőleg soha fel nem merülő – helyzetekben:

$$\left(\begin{matrix} a+b+c & uv & x-y & 27\\ a+b & u+v & z & 1340\\ a & & uz & 93 \end{matrix}\right]$$

```
\[\left(
  \begin{matrix}
    a + b + c & uv & x - y & 27\\
    a + b & u + v & z & 1340\\
    a & & uz & 93
  \end{matrix}
  \right]
  \]
```

# Mátrixok 3.

$$\begin{vmatrix}
a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n}\\
a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n}\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n}
\end{vmatrix}$$

```
\[\begin{vmatrix}
a_{1,1} & a_{1,2} &\dots & a_{1,n}\\
a_{2,1} & a_{2,2} &\dots & a_{2,n}\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{n,1} & a_{n,2} &\dots & a_{n,n}
\end{vmatrix} \]
```

## Mátrixok 4.

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \dots & b_{1,m} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \dots & b_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & \dots & b_{n,m} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n a_{1,i} b_{i,1} & \sum_{i=1}^n a_{1,i} b_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^n a_{1,i} b_{i,m} \\ \sum_{i=1}^n a_{2,i} b_{i,1} & \sum_{i=1}^n a_{2,i} b_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^n a_{2,i} b_{i,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n a_{m,i} b_{i,1} & \sum_{i=1}^n a_{m,i} b_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^n a_{m,i} b_{i,m} \end{pmatrix}$$

# Mátrixok 5.

```
\begin{multline*}
\begin{pmatrix}
a_{1,1} & a_{1,2} &\dots & a_{1,n}\\
a_{2,1} & a_{2,2} &\dots & a_{2,n}\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\
a_{m,1} & a_{m,2} &\dots & a_{m,n}
\end{pmatrix} \cdot
\begin{pmatrix}
b_{1,1} & b_{1,2} &\dots & b_{1,m}\\
b_{2,1} & b_{2,2} &\dots & b_{2,m}\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\
b_{n,1} & b_{n,2} &\dots & b_{n,m}
\end{pmatrix} \\
=
\begin{pmatrix}
\sum_{i=1}^n a_{1,i}b_{i,1} & \sum_{i=1}^n a_{1,i}b_{i,2}
   &\dots & \sum_{i=1}^n a_{1,i}b_{i,m}\\
\sum_{i=1}^n a_{2,i}b_{i,1} & \sum_{i=1}^n a_{2,i}b_{i,2}
   &\dots & \sum_{i=1}^n a_{2,i}b_{i,m}\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\
\sum_{i=1}^n a_{m,i}b_{i,1} & \sum_{i=1}^n a_{m,i}b_{i,2}
   &\dots & \sum_{i=1}^n a_{m,i}b_{i,m}\\
\end{pmatrix}
\end{multline*}
```