

Info1, 2. zh

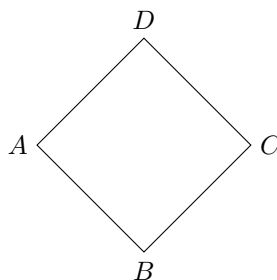
zh2

2021 november 29

1. TikZ

Töltse le az <https://math.bme.hu/~asimon/info1/pre.tex> file-t, nevezze át `NNNNNN.tex`-re, ahol `NNNNNN` a neptun kódja, ebbe a file-ba írja be az alábbi feladatoknak megfelelő TikZ kódot. Ha kész, küldje el email-ben a gyakvezérének! A subject-be írja be a neptun kódját.

- (a) Rajzoljon egy négyzetet, amelynek $(0, 0)$, $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $(0, 2\sqrt{2})$ és $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ a csúcsai. Ha ez nem megy, akkor (2 ponttal kevesebért) rajzoljon olyat, amelynek $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(0, 2)$ és $(1, 1)$ a csúcsai.
(4 pont)
- (b) Rajzolja meg ismét a 1a-beli négyzetet (használja fel nyugodtan az ottani rajzát), de címkézze meg így a csúcsait:



(2 pont)

- (c) Rajzolja meg ugyanazt a négyzetet, mint 1a-ban, de azzal a megszorítással, hogy csak a `rectangle` „path extension operation”-t használhatja. (Segítség: a négyzet oldalhossza 2.)

(2 pont)

- (a) Rajzolja meg a $\sqrt{x^3 + 1}$ függvény grafikonját a $[-1, 1]$ intervallumon!

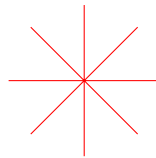
(4 pont)

- (b) Rajzolja meg (és töltsse ki kékkel) a $(0,0)$ és $(-1,0)$ végpontú szakasz, a $(0,0)$ és $(1,\sqrt{2})$ végpontú szakasz, valamint a $\sqrt{x^3+1}$ $[-1,1]$ intervallumon vett grafikonja által határolt síkrészt. Így fog kinézni:



(4 pont)

3. Rajzolja meg a következő ábrát egy ciklus segítségével:



A végpontok a $(0,0)$ középpontú, 1 sugarú (láthatatlan) körön helyezkednek el.

(6 pont)

2. Sage

Az alábbi feladatok megoldásához használja azt a Sage klienst, amelyiket leginkább megszokta (parancssori, <https://sagecell.sagemath.org/>, <https://leibniz.math.bme.hu:8888>).

Ha <https://leibniz.math.bme.hu:8888>-at használja, akkor töltsse le a munkáját (File -> Download as -> Notebook (ipynb)—győződjön meg róla, hogy tudja, hova van mentve), nevezze át NNNNNN.ipynb-re (vagy eleve ezt a nevet adja neki letöltéskor), ahol NNNNNN a neptun kódja, és küldje el emailben a gyakvezérének. A subject-be írja be a neptun kódját. Aki nem ezt a klienst használja, írja az összes megoldását egy szövegfájlba a következőhöz hasonló formátumban:

1. feladat: az 1. feladat megoldása

2. feladat: a 2. feladat megoldása

...

Nevezze el a file-t NNNNNN.txt-nek, ahol NNNNNN a neptun kódja, és küldje el emailben a gyakvezérének. A subject-be írja be a neptun kódját.

4b kivételével minden példában **a megfelelő Sage parancs vagy parancsok a beadandó megoldás**, nem az, amit a Sage eredményként visszaad.

1. (a) Definiálja az $f(x) = \cos^3(11x) \cdot \sin(x^2)$ függvényt. (2 pont)
- (b) Mi $f(x)$ deriváltja? (2 pont)
- (c) Mi $f(x)$ 50. deriváltja? (Használja a megfelelő parancs(ok)at a megfelelő argumentumokkal, **ne deriválja $f(x)$ -et 50-szer!**) (2 pont)
- (d) Mi $f(x)$ első deriváltjának (pontos) értéke a 10 helyen? (Az 1b-re adott megoldását fejlessze tovább, **ne írja be vagy másolja be az ott a Sage által visszaadott függvényt!**) (2 pont)
- (e) Adjon numerikus közelítést $f(x)$ első deriváltjának 10-nél felvett értékére 25 jegy pontossággal. (Az 1d-re adott megoldását fejlessze tovább, **ne írja vagy másolja be az ott kapott eredményt!**) (2 pont)
2. Helyettesítsen $z + 1$ -et az y változó helyére a $\sqrt{y^2(y+1)}$ kifejezésben a megfelelő Sage parancs(ok) segítségével. (Valószínűleg több parancsra is szüksége lesz.) (4 pont)
3. (a) Keresse meg $(x^3 - 3) \ln(x - 1) = 0$ összes gyökét (a pontos gyököket, nem numerikus közelítéseket)! (2 pont)
- (b) Mentse el a 3a-ban szereplő nem valós gyökök egyikét egy (nem matematikai) változóba (a 3a-ra adott válasza továbbfejlesztésével, **nem a Sage által visszaadottak egy részének bemásolásával!**). (4 pont)
- (c) Ellenőrizze, hogy a 3b-ben elmentett komplex szám valóban gyöke $(x^3 - 3) \ln(x - 1)$ -nek. Kifejezés egyszerűsítésére használhatja a `simplify_full()` metódust. (**Ne írja be az egyenletet x helyén a 3b-ben használt változóval!** Használja a megfelelő Sage parancsokat!) (4 pont)
4. (a) Adja meg az
- $$x + y + 4z = 8, \quad 3x + y + 10z = 18, \quad 5x + 3y + 18z = 34$$
- egyenletrendszer összes megoldását. (4 pont)
- (b) (Itt kivételesen magára az eredményre vagyunk kíváncsiak.) Adja meg a fenti egyenletrendszer egy olyan megoldását, amit le tud olvasni abból, amit Sage 4a-ban visszaadott. (2 pont)
5. Oldja meg a
- $$x \equiv 1 \pmod{3} \quad x \equiv 2 \pmod{5} \quad x \equiv 5 \pmod{11}$$
- kongruenciarendszert! (4 pont)