

## A2 Gyakorlat

### Műszaki Menedzser szakos hallgatóknak

### 13. hét - Többváltozós függvények integrálása: Kettősintegrál, Polárkoordináták

#### Feladatok:

**1. Feladat.** Számítsuk ki az alábbi kétváltozós függvények integrálját a megadott tartományon:

a)  ${}^{\text{hf}}f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2, \quad 1 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 3$

b)  $f(x, y) = e^{x+y}, \quad 1 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 1$

c)  ${}^{\text{hf}}f(x, y) = xy \sin(x^2 + y^2), \quad 0 \leq x \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}; 0 \leq y \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

d)  $f(x, y) = xe^y, \quad y = x^2; \text{ és } y = x \text{ között}$

e)  $f(x, y) = xy, \quad y = x; y = -x + 3 \text{ és az } x\text{-tengely közötti háromszögön}$

f)  ${}^{\text{hf}}f(x, y) = x + y, \quad y + x = 2 \text{ egyenes és a koordináta tengelyek között}$

**2. Feladat.** Határozzuk meg a síklemez tömegét és súlypontját:

a)  ${}^{\text{hf}}$ homogén sűrűségű háromszöglemez  $(0, 0); (3, 0)$  és  $(0, 2)$  csúcspontokkal

b) homogén sűrűségű síkidom az  $y^2 + x^2 = 9; y = x$  és az  $y$ -tengely között

c)  ${}^{\text{hf}}\rho(x, y) = x$ ; sűrűségű síklemez az  $y^2 = x + 3$  görbe és az  $y$ -tengely között

d)  $\rho(x, y) = x^2$ ; sűrűségű háromszöglemez  $(0, 0); (2, 1)$  és  $(0, 2)$  csúcspontokkal

e)  ${}^{\text{hf}}\rho(x, y) = x + y$ ; sűrűségű síklemez az  $y = \sqrt{x}$  és  $2y = x$  görbék között

**3. Feladat.** Polárkoordináták bevezetésével számítsuk ki az alábbi kétváltozós függvények integrálját a megadott tartományon:

a)  $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}, \quad 0 \leq y; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$

b)  ${}^{\text{hf}}f(x, y) = \sin(x^2 + y^2), \quad 0 \leq y; 0 \leq x; x^2 + y^2 \leq 1$

c)  $f(x, y) = xy, \quad 0 \leq x; x^2 + y^2 \leq 25$

d)  ${}^{\text{hf}}f(x, y) = x^2y, \quad 0 \leq y; x^2 + y^2 \leq 1$