

## Matematika EP 1 - Feladatsor 2

Szeptember 18.

- Adjuk meg azt a leképezést, ami egy  $\mathbb{R}^3$ -beli vektorhoz rendeli az  $(x, y)$ -síkra vett merőleges vetületét! Igazoljuk, hogy ez a leképezés lineáris! Adjuk meg a leképezés magterét, képterét, mátrixát!
- Legyen  $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y, z) \mapsto (3x + 2y + 4z, x + 2z)$  lineáris leképezés.
  - Adjuk meg  $A$  mátrixát!
  - Határozzuk meg a  $(2, 1, -4)^T$  vektor képét a lineáris transzformáció által!
  - Határozzuk meg  $A$  rangját!
- Adjuk meg az alábbi mátrixokhoz tartozó lineáris leképezéseket:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

- Adjuk meg az alábbi lineáris leképezések mátrixait:

$$A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (2x - y, -4x + 2y) \\ B : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x - 2y, 2x + 4y)$$

- Adjuk meg az előző feladatbeli lineáris leképezés mátrixát az  $\{(1, 2), (2, 1)\}$  bázisban!
- Bázist alkot-e  $\mathbb{R}^3$ -ban  $\{(1, 1, 1), (2, 0, 1), (1, 1, 0)\}$ ? Na és  $\{(1, 1, 1), (2, 0, 1), (1, 3, 2)\}$ ?
- Adjuk meg az  $(1, 0)$  és a  $(2, 1)$  standard koordináázású vektorok koordinátázását a  $\{(-1, 1), (1, 0)\}$  bázisban!
- Adjunk meg egy bázist a  $2 \times 3$ -as valós mátrixok vektorterében! Mekkora a vektortér dimenziója?
- Adjuk meg  $\mathbb{R}^2$ -ben az alábbi leképezések mátrixait:
  - az  $y = -x$  egyenesre való tükrözés
  - az origó körüli  $45^\circ$ -os forgatás

10. Adjuk meg  $\mathbb{R}^3$ -ben az alábbi leképezések mátrixait:

- a) Az  $(x, z)$  síkban  $\pi/2$  szöggel forgat úgy, hogy az  $x$ -tengely pozitív felét a  $z$ -tengely pozitív felébe viszi, az  $y$ -irányban pedig  $-1/2$ -szeresére zsugorít. Mi lesz  $(3, -2, 5)^T$  vektor képe a leképezés által?
- b) Az  $(y, z)$  síkra tükröz, közben pedig az  $x$ -tengely körül forgat  $3\pi/4$  szöggel úgy, hogy az  $y$ -tengely pozitív felét a  $z$ -tengely pozitív felébe viszi. Alkalmazzuk a leképezést  $(1, 2, 3)^T$  vektorra egymás után kétszer, mi lesz a kapott vektor?