

Matematika EP 1 - Feladatsor 7

Október 30.

1. Határozzuk meg az alábbi határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \sin x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x^2}{\tan 3x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 9x^2}{x^2}$$

2. A p valós paraméter mely értékeire lesznek az alábbi függvények folytonosak?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-\pi/2)}{2x-\pi}, & \text{ha } x > \pi/2 \\ \frac{p}{x-\pi}, & \text{ha } x \leq \pi/2 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{3x-3}, & \text{ha } x > 1 \\ px^2 - 1, & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$$

3. Határozzuk meg az alábbi határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2x+1}} \right)^{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{4}{1-x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 7x}, \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{4+x}}$$

4. Határozzuk meg definíció szerint az $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+7}}$ függvény deriváltját az $x_0 = 1$ helyen!

5. Deriváljuk az alábbi függvényeket!

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{2x^2 + 7}, \quad g(x) = (x^2 + 1)\sqrt{1 + 2x^4}, \quad h(x) = (x^3 + \cos^2(x^4))^3 \\ i(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \sin^2(\ln(x^2 + 2x)), \quad j(x) = 2^{\sqrt{x-x^2}}, \quad k(x) = e^{x^2 - 2 \tan 3x}$$

6. Határozzuk meg az $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $x_0 = 2$ -beli érintőegyenésének egyenletét!
7. Határozzuk meg a $g(x) = \frac{x^2-2}{x+1}$ függvény $y = 2x$ egyenessel párhuzamos érintőinek az egyenletét!
8. Határozzuk meg a $h(x) = 3 \cos x$ függvény $y = \frac{x}{3} + 7$ egyenesre merőleges érintőinek az egyenletét!