

Geometria 1

1 1. hét - 09.10

1. Legyen $ABCD$ paralelogramma és O egy tetszőleges pont. Bizonyítsuk be, hogy $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$!
2. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder két szemközi élét elhagyjuk, akkor a maradék élek felezőpontjai paralelogrammát alkotnak!
3. Bizonyítsuk be, hogy egy négyszög középvonalainak a metszéspontja azonos az átlók felezőpontjait összekötő szakasz felezőpontjával!
4. Bizonyítsuk be, hogy egy paralelepipedon testátlóját harmadolja az a sík, amelyet a testátló egyik végpontjából kiinduló élek másik végpontjai határoznak meg!
5. Szerkesszünk a síkon ötszöget, ha adottak az oldalfelező pontjai!
6. Az ABC háromszög köré írt körének középpontja O . Mutassuk meg, hogy az $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ vektor az ABC háromszög magasságpontjába mutat!
7. Egy szabályos hatszög középpontja $K(4, 1, 4)$, két szomszédos csúcsa $A(3, 1, 5)$ és $B(3, 2, 4)$. Adjuk meg a többi négy csúcs koordinátáit!
8. Az adott $A(4, -1, 3)$ és $B(5, 4, 1)$ pontokhoz határozzuk meg $C(7, y, z)$ pont y és z koordinátáit úgy, hogy az A , B és C pontok egy egyenesen legyenek!
9.
 - i) Bizonyítsuk be, hogy az $A(7, 0, -1)$, $B(-2, 4, 0)$, $C(-5, 4, 2)$ és $D(4, 0, 1)$ pontok egy paralelogramma csúcsai!
 - ii) A $P(1, 3, -1)$ pontot tükrözzük az A -ra, majd a tükörképet a B -re, az így kapott pontot C -re, majd az így kapottat D -re. Mik a negyedik tükörkép koordinátái?
10. Adottak az $\underline{a}(2, -1, 1)$, $\underline{b}(-1, 3, 0)$ és $\underline{c}(1, 0, 7)$ vektorok. Bonstuk fel a $\underline{d}(9, -9, 10)$ vektort $\underline{a}$, $\underline{b}$ és $\underline{c}$ irányú összetevőkre!
11. Lineárisan független-e az alábbi három vektor:
 - i) $\underline{a}(-2, 3)$; $\underline{b}(4, 1)$?
 - ii) $\underline{a}(-4, 2, 1)$; $\underline{b}(0, 4, 3)$; $\underline{c}(-4, 6, 4)$?

12. Egy szabályos tetraéder egyik csúcsából induló egyik élvektor $\underline{a}$, ebből a csúcsból a szemközti lap súlypontjába mutató vektor $\underline{s}$. Számítsuk ki az $\underline{a} \cdot \underline{s}$ skaláris szorzat értékét, ha a tetraéder élhossza 1!
13. Az $ABCD$ téglalap csúcsait kössük össze egy tetszőleges P ponttal! Bizonyítsuk be, hogy $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$!
14. Az ABC és az $A'B'C'$ háromszögek olyan helyzetűek, hogy az A, B, C csúcsokból rendre a $B'C', C'A', A'B'$ egyenesekre állított merőlegesek egy ponton mennek át. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az A', B', C' csúcsokból rendre a BC, CA, AB egyenesekre állított merőlegesek szintén egy ponton mennek át!
15. A z -tengely melyik pontjából látszik az $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0)$ pontpár 30° -os szög alatt?
16. Egy rombusz $A(2, 0, 1)$ csúcsából induló egyik oldalvektor $\underline{b}(0, 3, 6)$. A $\underline{v}(8, -4, 8)$ vektor egyirányú az A -ból induló rombuszátlóval. Adjuk meg a rombusz csúcsainak koordinátáit!

2 2.hét - 09.17

1. Az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}$ vektorokra fennállnak az $\underline{a} \times \underline{b} = \underline{c} \times \underline{d}$ és $\underline{a} \times \underline{c} = \underline{b} \times \underline{d}$ azonosságok. Bizonyítsuk be, hogy $\underline{a} - \underline{d}$ és $\underline{b} - \underline{c}$ vektorok párhuzamosak!
2. Az $\underline{a}, \underline{b}$ és $\underline{c}$ egy sík három nem egy egyenesre eső pontjainak helyvektorai. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi vektor a sík egy normálvektora:

$$\underline{a} \times \underline{b} + \underline{b} \times \underline{c} + \underline{c} \times \underline{a}.$$

3. Egy egyenes B és C pontjainak helyvektorai $\underline{b}$ és $\underline{c}$, míg az egyenesen kívüli A ponté $\underline{a}$. Bizonyítsuk be, hogy az A pont távolsága a BC egyenestől:

$$\frac{|\underline{a} \times \underline{b} + \underline{b} \times \underline{c} + \underline{c} \times \underline{a}|}{|\underline{b} - \underline{c}|}.$$

4. Számítsuk ki az ABC háromszög területét, ha a csúcsok
 - a) $A(1, 0, 2), B(4, 3, 8), C(0, -4, 6)$,
 - b) $A(4, -1, -3), B(3, 1, -2), C(1, 5, 0)$.
5. Számítsuk ki az ABC háromszög B csúcsához tartozó magasságának a hosszát, ha a csúcsok koordinátái: $A(1, -1, 2), B(5, -6, 2), C(1, 3, -1)$!